

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

**FarDU.
ILMIY
XABARLAR-**

1995 йилдан нашр этилади
Йилда 6 марта чиқади

— 2-2018 —
апрель

**НАУЧНЫЙ
ВЕСТНИК.
ФерГУ**

Издаётся с 1995 года
Выходит 6 раз в год

Х.МУХАММЕДОВА Викториан инглиз адабиётида аёл тақдирининг акс эттирилиш.....	73
ТИЛШУНОСЛИК	
К.КАРИМОВ Маданиятлараро мулоқот ва таржима муаммолари.....	76
У.НОСИРОВА Поэтлик нутқнинг прагматик хусусиятлари	80
Н.АХМАДЖОНОВ Фразеологизмлар немис халқи миллий маданиятининг кўзгусидир	83
ПЕДАГОГИКА, ПСИХОЛОГИЯ	
Т.ЭГАМБЕРДИЕВА, Д.ОХУНОВА Талабалар онгида моддий ва маънавий ҳаёт уйғунлигини шакллантириш асослари	86
ИЛМИЙ АХБОРОТ	
А.ЎРИНОВ, Ф.ФОЗИЛОВА Коеффициенти узилишга эга бўлган оддий дифференциал тенглама учун умумлашган спектрал масала	89
Ш.КАРИМОВ, Л.РАХИМОВА Векуа-Эрдей-Лоундес типига янги алмаштириш операторларни қуришнинг бир усули ҳақида.....	92
Х.ШОДМОНОВ, Ш.АКРАМОВ Қанд лавлаги – қимматбаҳо техник экин.....	94
А.ҚАМБАРОВ, А.НУРМУҲАММАДЖОНОВ Шайх Акбар (Улуғ Шайх)нинг диний-фалсафий меросига бир назар	97
У.НАЗИРОВ Бадий маданият: мазмун-моҳияти, структура ва функциялари.....	100
А.КОСИМОВ XX аср ўзбек ва рус адабиётида тинчлик ва инсон тушунчаси (талқини ва тадқиқотлари).....	102
Д.ХУСЕНОВА Лев Толстойнинг “Иқрорнома”сида шарқона қарашлар ҳамоҳанглиги	105
А.МАМАТОВ, Р.АХРОРОВА Концептнинг тоифалари.....	108
К.ХОДЖАХАНОВА Мактаб ўқувчиларида натурадан расм ишлашга ўргатишнинг дидактик имкониятлари.....	110
Б.ҚУРБОНОВА Ўқувчи ёшларнинг маънавий дунёқарашини тасвирий санъат орқали тарбиялаш омиллари.....	113
Н.МЕРГАНОВА Хорижий тил дарсларида ноанъанавий методлардан фойдаланишнинг ўзига хос аҳамияти.....	115
Э.ДЖАББАРОВА Модуляр таълим инновацион таълим сифатида	118
И.ЮЛДАШЕВ, И.ПЎЛАТОВ Узлуксиз таълим жараёнида тасвирий санъат дарсларида замонавий педагогик технологиялардан фойдаланиш усуллари	121
АДАБИЙ ТАҚВИМ	
Ибратли ҳаёт йўли.....	124
ТАҚРИЗ. БИБЛИОГРАФИЯ	
Библиография.....	127

КОЭФФИЦИЕНТИ УЗИЛИШГА ЭГА БЎЛГАН ОДДИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМА УЧУН УМУМЛАШГАН СПЕКТРАЛ МАСАЛА

А.Ўринов, Ф.Фозилова

Аннотация

Мақолада коэффициентли узилган эга бўлган чизикли оддий дифференциал тенглама учун иккинчи тур интеграл шартли умумлашган спектрал масала кўриб чиқилган. Ҳақиқатли масаланинг хос сонлари ва хос функциялари топилган.

Аннотация

В статье изучена обобщенная спектральная задача для линейного обыкновенного дифференциального уравнения, коэффициент которого имеет скачок. Найдены собственные значения и собственные функции изучаемой задачи.

Annotation

In the article a generalised spectral problem with the second kind integral condition for the linear ordinary differential equation with discontinuous coefficient is investigated. Eigenvalues and eigenfunctions of the considered problem are found out.

Таянч сўз ва иборалар: оддий дифференциал тенглама, улаш шартлари, хос сонлар, хос функциялар.

Ключевые слова и выражения: обыкновенное дифференциальное уравнение, условия соединения, собственные значения, собственные функции.

Keywords and expressions: ordinary differential equation, conjunction, conditions, eigenvalues, eigenfunctions.

Бу мақолада куйидаги умумлашган спектрал масала тадқиқ қилинади:

Масала. λ параметрнинг шундай қийматлари топилсинки,

$$\operatorname{sign}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)y''(x) = \lambda y(x), \quad x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right) \quad (1)$$

тенгламанинг $C[0, \pi] \cap C^1(0, \pi)$ синфга тегишли ва куйидаги

$$\sqrt{|\lambda|}y(0) + y'(0) = 0, \quad y(\pi) + \sqrt{|\lambda|} \int_{\pi/2}^{\pi} y(x) dx = 0 \quad (2)$$

шартларни қаноатлантирувчи тривиалмас ечими мавжуд бўлсин.

(1) тенглама $(0, \pi)$ оралиқда иккита оддий дифференциал тенгламаларга ажрайди.

Уларни куйидагича ёзиш мумкин:

$$\begin{cases} -y''(x) = \lambda y(x) & 0 < x < \pi/2, \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\begin{cases} y''(x) = \lambda y(x) & \pi/2 < x < \pi. \end{cases} \quad (3.2)$$

(3.1)-(3.2) тенгламаларнинг умумий ечимларини (2) шартларга бўйсундириб, изланаётган функция ва унинг биринчи тартибли ҳосиласи узлуксизлигини таъминлаш учун $y\left(\frac{\pi}{2}-0\right) = y\left(\frac{\pi}{2}+0\right)$, $y'\left(\frac{\pi}{2}-0\right) = y'\left(\frac{\pi}{2}+0\right)$ “улаш шартлари”дан фойдаланиб, куйидаги системага эга бўлаемиз:

$$\begin{cases} \sqrt{|\lambda|}\varphi(0, \lambda) + \varphi'(0, \lambda) = 0, \\ \psi(\pi, \lambda) + \sqrt{|\lambda|} \int_{\pi/2}^{\pi} \psi(x) dx = 0, \\ \varphi(\pi/2, \lambda) = \psi(\pi/2, \lambda), \\ \varphi'(\pi/2, \lambda) = \psi'(\pi/2, \lambda). \end{cases} \quad (4)$$

Бу ерда $\varphi(x, \lambda)$ ва $\psi(x, \lambda)$ – мос равишда (3.1) ва (3.2) тенгламаларнинг умумий

А.Ўринов – ФарДУ, физика-математика фанлари доктори, профессор.
Ф.Фозилова – ФарДУ физика-математика факультети математика ўқитиш методикаси йўналиши 3-курс талабаси.

ечими бўлиб, қуйидаги кўринишга эга:

$$\varphi(x, \lambda) = \begin{cases} c_1 ch(\sqrt{-\lambda}x) + c_2 sh(\sqrt{-\lambda}x), & \lambda < 0, \\ c_1 + c_2 x, & \lambda = 0, \\ c_1 \cos(\sqrt{\lambda}x) + c_2 \sin(\sqrt{\lambda}x), & \lambda > 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\psi(x, \lambda) = \begin{cases} c_3 \cos(\sqrt{-\lambda}x) + c_4 \sin(\sqrt{-\lambda}x), & \lambda < 0, \\ c_3 + c_4 x, & \lambda = 0, \\ c_3 ch(\sqrt{\lambda}x) + c_4 sh(\sqrt{\lambda}x), & \lambda > 0, \end{cases} \quad (6)$$

C_1, C_2, C_3, C_4 - ихтиёрий ўзгармаслар.

(5) ва (6) тенгликларни эътиборга олиб (4) системани $\lambda < 0$, $\lambda = 0$, $\lambda > 0$ бўлган ҳоллар учун алоҳида-алоҳида тадқиқ қиламиз.

1) $\lambda < 0$ бўлсин. У ҳолда (4) дан қуйидагича системага эга бўламиз:

$$\begin{cases} c_1 + c_2 = 0, \\ \left[\cos(\sqrt{-\lambda}\pi) + \sin(\sqrt{-\lambda}\pi) - \sin(\sqrt{-\lambda}\pi/2) \right] c_3 + \\ \quad + \left[\sin(\sqrt{-\lambda}\pi) - \cos(\sqrt{-\lambda}\pi) + \cos(\sqrt{-\lambda}\pi/2) \right] c_4 = 0, \\ ch(\sqrt{-\lambda}\pi/2)c_1 + sh(\sqrt{-\lambda}\pi/2)c_2 - \cos(\sqrt{-\lambda}\pi/2)c_3 - \sin(\sqrt{-\lambda}\pi/2)c_4 = 0, \\ sh(\sqrt{-\lambda}\pi/2)c_1 + ch(\sqrt{-\lambda}\pi/2)c_2 + \sin(\sqrt{-\lambda}\pi/2)c_3 - \cos(\sqrt{-\lambda}\pi/2)c_4 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Бу система тривиал бўлмаган ечимларга эга бўлиши учун унинг асосий детерминанти нолга тенг бўлиши зарур. Асосий детерминантни нолга тенглаш орқали қуйидаги тенглик келиб чиқади:

$$\left[ch(\sqrt{-\lambda}\pi/2) - sh(\sqrt{-\lambda}\pi/2) \right] \left[1 - 2\cos(\sqrt{-\lambda}\pi/2) \right] = 0.$$

Ушбу тенгликда $\left[ch(\sqrt{-\lambda}\pi/2) - sh(\sqrt{-\lambda}\pi/2) \right] = e^{-\sqrt{-\lambda}\pi/2} \neq 0$ эканлигидан

$\cos(\sqrt{-\lambda}\pi/2) = 1/2$ тенгламага келамиз. Бундан $\lambda_n^{(1)} = -|4n-2/3|^2$, $n \in \mathbb{Z}$ хос сонларга эга

бўламиз. (5) Системада λ нинг ўрнига $\lambda_n^{(1)}$ ни қўйиб, c_1, c_2, c_3 ларни топамиз:

$c_1 = -c_2 = (1 + \sqrt{3})e^{(2n-1/3)\pi}c_4$, ва $c_3 = (2 + \sqrt{3})c_4$ ечимларга эга бўламиз. Буларни эътиборга олиб,

$c_4 = a_n \neq 0$ деб олсак, у ҳолда $\lambda_n^{(1)}$ хос сонларга мос хос функциялар қуйидагича аниқланади:

$$y_n^{(1)}(x) = \begin{cases} (1 + \sqrt{3})a_n e^{(2/3-4n)[x-\pi/2]}, & 0 \leq x \leq (\pi/2), \\ a_n \left[(2 + \sqrt{3})\cos(4n-2/3)x + \sin(4n-2/3)x \right], & (\pi/2) \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

2) $\lambda = 0$ – масаланинг хос сони эмаслигини кўрсатиш қийин эмас.

3) $\lambda > 0$ бўлсин. Бунда (4) дан қуйидаги системага эга бўламиз:

$$\begin{cases} c_1 + c_2 = 0, \\ c_3 \left[ch(\sqrt{\lambda}\pi) + sh(\sqrt{\lambda}\pi) - sh(\sqrt{\lambda}\pi/2) \right] + c_4 \left[sh(\sqrt{\lambda}\pi) + ch(\sqrt{\lambda}\pi) - ch(\sqrt{\lambda}\pi/2) \right] = 0, \\ c_1 \cos(\sqrt{\lambda}\pi/2) + c_2 \sin(\sqrt{\lambda}\pi/2) - c_3 ch(\sqrt{\lambda}\pi/2) - c_4 sh(\sqrt{\lambda}\pi/2) = 0, \\ \sqrt{\lambda} \left[-c_1 \sin(\sqrt{\lambda}\pi/2) + c_2 \cos(\sqrt{\lambda}\pi/2) - c_3 sh(\sqrt{\lambda}\pi/2) - c_4 ch(\sqrt{\lambda}\pi/2) \right] = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Бу система тривиал бўлмаган ечимларга эга бўлиши учун унинг асосий детерминанти нолга тенг бўлиши зарур, бундан қуйидаги тенгламага келамиз:

$$2e^{\sqrt{\lambda}\pi/2} = ctg(\sqrt{\lambda}\pi/2) + 1 \quad (7)$$

Бу тенгликдан λ ни ошкор кўринишда топиб бўлмайди. Лекин (7) тенглама $+\infty$ га интилувчи санокли сондаги $\lambda_n^{(2)}$ ечимларга эга бўлиб, у ечимлар $\sqrt{\lambda_n^{(2)}}(\pi/2) \in \left(k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi\right)$, $k = 0, 1, 2, \dots$ шартни қаноатлантиради. (6) системда λ нинг ўрнига $\lambda_n^{(2)}$ ни қўйиб, c_2, c_3, c_4 ларни топамиз:

$$c_2 = -c_1, \quad c_3 = \left[\cos(\sqrt{\lambda_n^{(2)}}\pi/2) e^{-\sqrt{\lambda_n^{(2)}}\pi/2} - \sin(\sqrt{\lambda_n^{(2)}}\pi/2) e^{\sqrt{\lambda_n^{(2)}}\pi/2} \right] c_1 \quad \text{ва}$$

$$c_4 = \left[\cos(\sqrt{\lambda_n^{(2)}}\pi/2) e^{-\sqrt{\lambda_n^{(2)}}\pi/2} + \sin(\sqrt{\lambda_n^{(2)}}\pi/2) e^{\sqrt{\lambda_n^{(2)}}\pi/2} \right] c_1.$$

Тривиал бўлмаган ечим излаётганимиз учун $c_1 = a_n \neq 0$, $n \in \mathbb{N}$ деб оламиз, у ҳолда $\lambda_n^{(2)}$ хос сонларга мос хос функциялар қуйидагича аниқланади:

$$y_n^{(2)}(x) = \begin{cases} a_n \left[\cos(\sqrt{\lambda_n^{(2)}}x) - \sin(\sqrt{\lambda_n^{(2)}}x) \right], & 0 \leq x \leq (\pi/2), \\ a_n \left[\cos(\sqrt{\lambda_n^{(2)}}\pi/2) e^{\sqrt{\lambda_n^{(2)}}(x-\pi/2)} - \sin(\sqrt{\lambda_n^{(2)}}\pi/2) e^{-\sqrt{\lambda_n^{(2)}}(x-\pi/2)} \right], & (\pi/2) \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

Шундай қилиб масала тўла ҳал этилди.

Адабиётлар:

1. Ўринов А.Қ. Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалалар. – Т.: Мумтоз сўз, 2014.
2. Салоҳитдинов М.С., Насритдинов Ғ.Н. Оддий дифференциал тенгламалар. – Т.: Ўзбекистон, 1994.