



UO‘K: 517.95

ELLIPTIKO-GIPERBOLIK TIPDAGI TENGLAMA UCHUN BIR CHEGARAVIY MASALANING BIR QIYMATLI YECHIMI**ЕДИНСТВЕННОЕ РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИКО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА****A UNIQUE SOLUTION OF A BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR AN ELLIPTIC-HYPERBOLIC TYPE EQUATION****Nishonova Shaxnozaxon Tohirjon qizi¹** ¹Farg‘ona davlat universiteti matematik analiz va differensial tenglamalar kafedrasida dotsenti**Sodiqova Mohlaroyim Sidiq qizi²** ²Farg‘ona davlat universiteti magistranti**Annotatsiya**

Ushbu maqolada elliptiko-giperbolik tipdagi tenglama uchun bir chegaraviy masalaning bir qiymatli yechimi o‘rganilgan. Tadqiqotning maqsadi berilgan aralash tipdagi tenglama uchun yechimning mavjudligi va yagonaligini ko‘rsatishdan iborat. Gauss-Ostrogradskiy formulasidan, Fredholm integral tenglamasining xossalari va energiya integrali usulidan foydalanib masala yechimining mavjud va yagona ekanligi isbotlandi. Natijalar shuni ko‘rsatadiki, yadro funksiyasi butun oralqida uzluksiz va chegaralangan bo‘lib, bu integral tenglama uchun yagona yechim mavjudligini kafolatlaydi. Xulosa sifatida aytish mumkinki, elliptiko-giperbolik tipdagi differensial tenglamalar uchun ishlab chiqilgan yondashuvlar aralash tipdagi chegaraviy masalalarni nazariy jihatdan ichonchli va amaliy jihatdan samarali yechishga imkon beradi. Tadqiqot natijalari elliptik va giperbolik tipdagi aralash tenglamalar uchun chegaraviy masalalarni yechishda qo‘llanilishi mumkin.

Аннотация

В данной статье исследовано единственное решение краевой задачи для дифференциального уравнения эллипτικο-гиперболического типа. Цель исследования заключается в доказательстве существования и единственности решения для данного уравнения смешанного типа. С использованием формулы Гаусса-Остроградского, свойств интегрального уравнения Фредгольма и метода энергетического интеграла доказано существование и единственность решения рассматриваемой задачи. Результаты исследования показывают, что ядро интегрального уравнения является непрерывным и ограниченным на всём рассматриваемом интервале, что гарантирует существование единственного решения. В заключение отмечается, что предложенный аналитический подход для дифференциальных уравнений эллипτικο-гиперболического типа обеспечивает теоретически обоснованное и практически эффективное решение краевых задач смешанного типа. Полученные результаты могут быть применены при решении краевых задач для смешанных эллиптических и гиперболических уравнений.

Abstract

In this paper, the unique solution of a boundary value problem for a differential equation of elliptic-hyperbolic type is studied. The purpose of the research is to demonstrate the existence and uniqueness of the solution for the given mixed-type equation. By applying the Gauss-Ostrogradsky formula, as well as the properties of the Fredholm integral equation and the energy integral method, the existence and uniqueness of the solution are proved. The results show that the kernel function is continuous and bounded throughout the entire interval, which guarantees the existence of a unique solution to the corresponding integral equation. In conclusion, it can be stated that the proposed analytical approach for elliptic-hyperbolic type differential equations provides a theoretically consistent and practically effective method for solving boundary value problems of mixed type. The obtained results can be applied to the study and solution of boundary value problems for mixed elliptic and hyperbolic equations.

Kalit so‘zlar: Gauss-Ostragradskiy formulasi, Grin funksiyasi, Fredholm integral tenglamasi va xossalari, Bessel funksiyasi.

Ключевые слова: формула Гаусса–Остроградского, функция Грина, интегральное уравнение Фредгольма и его свойства, функция Бесселя.

Key words: Gauss-Ostrogradsky formula, Green’s function, Fredholm integral equation and its properties, Bessel function.

KIRISH

Aralash tipdagi differensial tenglamalar, xususan, elliptiko-giperbolik tenglamalar matematik fizika va muhandislik sohalarida keng qo'llaniladi. Bunday tenglamalar issiqlik o'tkazuvchanlik, suyuqlik oqimi, elastiklik nazariyasi hamda elektromagnit maydonlarning tarqalish jarayonlarini modellashtirishda uchraydi. Elliptiko-giperbolik tipdagi tenglamalarning yechimlarini o'rganish jarayonida ularning yagonaligi, mavjudligi va uzkuksizlik xossalari isbotlash muhim nazariy va amaliy ahamiyatga ega.

Ushbu maqolada elliptiko-giperbolik tipdagi tenglama uchun berilgan chegaraviy masalaning yechimi mavjudligi va yagonaligi tahlil qilindi.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODOLOGIYASI

Ma'lumki, so'ngi yillarda "aralash tipdagi tenglamalar" nazariyasi keng rivojlanmoqda. Jumladan, elliptiko-giperbolik tipdagi tenglamalar ilmiy tadqiqotlarda keng o'rganilgan bo'lib, uning amaliy ahamiyatga ega ekanligi bilan ajralib turadi. Elliptiko-giperbolik tipdagi tenglamalar issiqlik muvozanati, elektrostatika, gazlar va suyuqliklar dinamikasi, qattiq jismlarning deformatsiyasi, sirtlarning cheksiz kichik bukilishi nazariyasi, mexanik tebranishlar, to'lqin jarayonlari, elektromagnit to'lqinlar nazariyasi, matematik biologiya va boshqa fan tarmoqlarida ko'plab tadbirlarga ega. Shu sababli bu aralash tipdagi tenglamalar bilan juda ham ko'p olimlar ilmiy tadqiqot ishlarini olib borgan.

Jumladan, elliptiko-giperbolik tipdagi tenglamalar bo'yicha T.J.Jo'rayev, Sh.A.Alimov, A.M.Nakushev, M.S.Salohiddinov, A.Q.O'rinov, K.B.Sobitov, M.Mirsaburov, B. Islomov, K.T.Karimov, I.T.Tojiboyev, Sh.T.Nishonovalar va boshqalarning ishlarini ta'kidlab o'tish lozim.

M.S.Salohiddinov va A.Q.O'rinov [1] telegraf tenglamasi uchun Koshi va Gursa masalalari, giperbolik tipdagi buziladigan differensial tenglamalar uchun masalalarni o'rganib, masalalar yechimi topilgan.

Tadqiqot natijasini keltirib chiqarishda Bessel va gipergeometrik funksiyalardan foydalanilgan [4]. Masala yechimining mavjudligi va yagonaligi integral tenglamalar nazariyasi yordamida ko'rsatilgan [5].

Ushbu maqolada elliptiko-giperbolik tipdagi tenglamaning eliptik va giperbolik sohalarida chegaraviy shart hamda tip o'zgarish chizig'iga $u_y(x, +0) = u_y(x, -0)$ ulash sharti berilib, bu boshqa ishlardan farqlidir.

Bu masalada tip o'zgarish chizig'i xarakteristikligi bilan muhim ahamiyatga ega. Bunday shartli masala birinchi bo'lib ushbu maqolada o'rganilgan.

NATIJA VA MUHOKAMA

Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatadiki, elliptiko-giperbolik tipdagi tenglama uchun chegaraviy masalaning yagona yechimi mavjud ekanligini ko'rsatish uchun masalani integral tenglamaga keltirish, yadro funksiyasining uzluksizligi va chegaralanganligini isbotlash va Fredholm alternativasiidan foydalanish aniq va ishonchli natija beradi.

xOy tekisligida $\Omega = \Omega_0 \cup AB \cup \Omega_1$ sohada qaraylik. Bu yerda

$$\Omega_0 = \{(x, y) : x^2 + y^2 < 1, y > 0\}, \quad AB = \{(x, y) : -1 < x < 1, y = 0\},$$

$$\Omega_1 = \{(x, y) : -1 < x < 1, -h < y < 0\}, \quad h = \text{const} > 0. \quad \text{D-masala. } \Omega \text{ sohada}$$

$$0 = \begin{cases} Lu \equiv u_{xx} + u_{yy}, & (x, y) \in \Omega_0, \\ Eu \equiv u_{xy} + \lambda u, & (x, y) \in \Omega_1 \end{cases} \quad (1)$$

tenglamaning quyidagi

$$1) u(x, y) \in C(\bar{\Omega}), \quad u_{xy} \in C(\Omega_1), \quad u_{xx}, u_{yy} \in C(\Omega_0)$$

2) chegaraviy

$$u(x, y)|_{\sigma} = \psi(x, y), \quad (2)$$

$$u(-1, y) = \varphi(y) \quad (3)$$

va ulash shartini

$$u_y(x, +0) = u_y(x, -0) \tag{4}$$

qanoatlantiruvchi yechimi topilsin.

Bu yerda $\varphi(y)$ va $\psi(x, y)$ berilgan yetarlicha silliq funksiyalar, $\sigma = \{(x, y) : x^2 + y^2 = 1, y \geq 0\}$.

Quyidagi belgilashlarni kiritaylik:

$$u(x, 0) = \tau(x), \quad -1 \leq x \leq 1, \tag{5}$$

$$u_y(x, 0) = \nu(x), \quad -1 \leq x \leq 1. \tag{6}$$

1-teorema. Agar $\lambda < 0$ bo'lsa, D masala bittadan ortiq yechimga ega emas.

Isbot. Faraz qilaylik, masala yechimi ikkita bo'lsin va ularning ayirmasini $u(x, y) = u_1(x, y) - u_2(x, y)$ bilan belgilaylik, u holda $\psi(x, y) \equiv \varphi(y) \equiv 0$ bo'ladi. Ω_0 sohada $u(x, y)$ funksiya tenglamaning yechimi ekanligidan foydalanib, $u(x, y)$ funksiyani (1) tenglamaga ko'paytirib, quyidagi divergent ko'rinishga keltirib olamiz

$$\iint_D [u_x^2 + u_y^2] dx dy = \iint_D [(u_x u)_x + (u_y u)_y] dx dy. \tag{7}$$

Gauss-Ostragradskiy formulasidan foydalanib, soha bo'yicha integralni chegara bo'yicha integralga o'tkazib, ushbu

$$\iint_D (u_x^2 + u_y^2) dx dy + \int_{-1}^1 \tau(x) \nu(x) dx = 0 \tag{8}$$

tenglikni hosil qilamiz.

Ω_1 sohada $u_{xy} + \lambda u = 0$ giperbolik tenglamaning $u(x, 0) = \tau(x)$ va $u(0, y) = \varphi(y)$ shartlarni qanoatlantiruvchi yechimi [1]

$$u^-(x, y) = \tau(x) - \lambda y \int_{-1}^x \tau(\xi) \bar{J}_1 \left[2\lambda \sqrt{(x-\xi)(y)} \right] d\xi + \lambda(1-x) \int_0^y \varphi(\eta) \bar{J}_1 \left[2\sqrt{\lambda(\eta-y)(1-x)} \right] d\eta \tag{9}$$

ko'rinishda bo'ladi. (9) dan y bo'yicha hosila olib,

$$u_y^-(x, y) = -\lambda \int_{-1}^x \tau(\xi) \bar{J}_0 \left[2\sqrt{\lambda(x-\xi)y} \right] d\xi$$

tenglikni hosil qilamiz. (6) belgilashdan foydalanib, Ω_1 sohada

$$\nu(x) = -\lambda \int_{-1}^x \tau(\xi) d\xi + \varphi'(0) \tag{10}$$

bog'lanishni topamiz. Endi $\varphi(y) \equiv 0$ ekanligidan

$$\nu(x) = -\lambda \int_{-1}^x \tau(\xi) d\xi \tag{10*}$$

ifodani olamiz.

Endi (10*) tenglikdan foydalanib, quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$\int_{-1}^1 \tau(x) \nu(x) dx = -\lambda \int_{-1}^1 \tau(x) dx \int_{-1}^x \tau(\xi) d\xi.$$

$$\tau(x) \int_{-1}^x \tau(\xi) d\xi = \frac{1}{2} \frac{d}{dx} \left(\int_{-1}^x \tau(\xi) d\xi \right)^2$$

formuladan foydalanib,

$$\int_{-1}^1 \tau(x) \nu(x) dx = -\frac{\lambda}{2} \int_{-1}^1 \frac{d}{dx} \left[\int_{-1}^x \tau(\xi) d\xi \right]^2 dx = -\frac{\lambda}{2} \left[\int_{-1}^1 \tau(\xi) d\xi \right]^2 \quad (11)$$

tenglikni hosil qilamiz. (11) ifodadan foydalanib, (8) ifodani

$$\iint_D (u_x^2 + u_y^2) dx dy - \frac{\lambda}{2} \left[\int_{-1}^1 \tau(\xi) d\xi \right]^2 = 0 \quad (12)$$

ko'rinishda yozib olamiz.

$$\lambda < 0 \text{ bo'lganda } -\frac{\lambda}{2} \left[\int_{-1}^1 \tau(\xi) d\xi \right]^2 = 0 \text{ ifoda musbat bo'ladi. Oxirgi tenglikdan } u_x = 0 \text{ va}$$

$u_y = 0$ bo'lishi kerak. Undan esa Ω_0 sohada $u(x, y) \equiv \text{const}$ ekanligi kelib chiqadi. $\bar{\Omega}_0$ sohada $u(x, y)|_{\sigma} = 0$ va $u(x, y) \in C(\bar{\Omega}_0)$ shartlarga asosan $u(x, y) \equiv 0$, $(x, y) \in (\bar{\Omega}_0)$ bo'ladi. Ω_1 sohada esa Gursa masalasining yechimi yagona ekanligidan va $\tau(x) = 0$ bo'lishidan $u(x, y) \equiv 0$, $(x, y) \in (\bar{\Omega}_1)$ bo'ladi. Bundan esa masala yechimi Ω sohada yagona ekanligi kelib chiqadi.

D-masalaning mavjudligi. Ω_0 sohada Laplas tenglamasining (2) va (6) shartlarni qanoatlantiruvchi yechimi quyidagi ko'rinishda bo'ladi [2]:

$$u^+(x, y) = \int_{-1}^1 \nu(\xi) G(\xi, 0; x, y) d\xi - \int_{\bar{\sigma}} \psi(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial n} G(\xi, \eta; x, 0) ds. \quad (13)$$

(13) tenglik (1) tenglamani Ω_0 sohada (2) shartni qanoatlantiruvchi yechim formulasidir.

Bu yerda $s - \sigma_0$ egri chiziq uzunligi, n - ichki normal, $G(\xi, \eta; x, y)$ - Grin funksiyasi. (13) tenglikda $\lim_{y \rightarrow +0} u^+(x, y) = \tau(x)$ shartdan foydalanib, quyidagi ifodani topamiz.

$$\tau(x) = \int_{-1}^1 \nu(\xi) G(\xi, 0; x, 0) d\xi + \varphi_1(x), \quad (14)$$

$$\text{bu yerda } \varphi_1(x) = - \int_{\bar{\sigma}} \psi(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial n} G(\xi, \eta; x, 0) ds \Big|_{y=0}.$$

(14) tenglikda $G(\xi, 0; x, 0)$ Grin funksiyasini hisoblab, Ω_0 sohada $\tau(x)$ va $\nu(x)$ funksiyalar orasidagi

$$\tau(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 [\ln|x-t| - \ln(1-xt)] \nu(t) dt + \varphi_1(x) \quad (15)$$

funksional munosabatni olamiz.

Endi Ω_1 sohada $\tau(x)$, $\nu(x)$ funksiyalar orasidagi (10) funksional munosabatni hisobga olib, quyidagi tenglikka ega bo'lamiz

$$\tau(x) = -\frac{\lambda}{\pi} \int_{-1}^1 [\ln|x-t| - \ln(1-xt)] dt \int_{-1}^x \tau(\xi) d\xi + \varphi_2(x). \tag{16}$$

bu yerda $\varphi_2(x) = \frac{1}{\pi} \varphi'(0) \int_{-1}^1 [\ln|x-t| - \ln(1-xt)] dt + \varphi_1(x)$.

(16) ifodaning integral tartibini almashtirib quyidagiga ega bo'lamiz

$$\tau(x) + \frac{\lambda}{\pi} \int_{-1}^x \tau(\xi) d\xi \int_{\xi}^1 [\ln|x-t| - \ln(1-xt)] dt = \varphi_2(x). \tag{17}$$

Yuqoridagi (17) ifoda Fredgolm integral tenglamasi bo'lib, uning yadrosi

$$K(x, \xi) = -\frac{1}{\pi} \int_{\xi}^1 [\ln|x-t| - \ln(1-xt)] dt$$

ko'rinishda aniqlanadi. Uni quyidagi ko'rinishda yozib olamiz

$$K(x, \xi) = -\frac{1}{\pi} \left[\int_{\xi}^x \ln(x-t) dt + \int_x^1 \ln(t-x) dt - \int_{\xi}^1 \ln(1-xt) dt \right].$$

Endi har bir integralni hisoblab chiqamiz. Dastlab, $\int_{\xi}^x \ln(x-t) dt$ integralni hisoblash uchun

$x-t = s$ belgilash kiritamiz va $\lim_{s \rightarrow 0} s \ln s = 0$ ni inobatga olib,

$$\int_0^{x-\xi} \ln s ds = (s \ln s - s) \Big|_0^{x-\xi} = (x-\xi) \ln(x-\xi) - (x-\xi)$$

tenglikka ega bo'lamiz.

$\int_x^1 \ln(t-x) dt$ integral uchun $t-x = s$ deb belgilash kiritamiz va

$$\int_0^{1-x} \ln s ds = (s \ln s - s) \Big|_0^{1-x} = (1-x) \ln(1-x) - (1-x)$$

ifodanini topamiz.

$\int_{\xi}^1 \ln(1-xt) dt$ integralda $1-xt = s$ deb belgilaymiz, so'ng

$$\frac{1}{x} \int_{1-x\xi}^{1-x} \ln s ds = (s \ln s - s) \Big|_{1-x\xi}^{1-x} = \frac{(1-x)}{x} \ln(1-x) - \frac{(1-x)}{x} - \frac{(1-x\xi)}{x} \ln(1-x\xi) + \frac{(1-x\xi)}{x}$$

tenglikka ega bo'lamiz.

Demak, $K(x, \xi)$ yadro quyidagi ko'rinishda bo'ladi

$$K(x, \xi) = -\frac{1}{\pi} [(x-\xi) \ln(x-\xi) - (x-\xi) + (1-x) \ln(1-x) - (1-x) +$$

MATEMATIKA

$$+\left. \frac{(1-x)}{x} \ln(1-x) - \frac{(1-x)}{x} - \frac{(1-x\xi)}{x} \ln(1-x\xi) + \frac{(1-x\xi)}{x} \right]. \quad (18)$$

$K(x, \xi)$ ifodada $\frac{1}{x}$ ko'paytuvchi ishtirok etgan ifoda $x=0$ nuqtada aniqlanmagan bo'lishi mumkin. Biroq, $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq \xi \leq 1$ ekanligini hisobga olib, $x \rightarrow 0$ da $\frac{1}{x}(\ln(1-x) - \ln(1-x\xi)) = \frac{1}{x} \ln\left(\frac{1-x}{1-x\xi}\right)$ ifodaning limitini tahlil qilamiz.

Endi, ushbu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x) - \ln(1-x\xi)}{x}$$

limitni hisoblashda Lopital qoidasini qo'llab, limitni nol ekanligini topamiz.

$x = \xi$ nuqtada $K(x, \xi)$ yadrodagi $(x - \xi) \ln(x - \xi)$ ifoda aniqlanmagan bo'lishi mumkin. Shuning uchun $\lim_{x \rightarrow \xi} (x - \xi) \ln(x - \xi)$ ni tekshiramiz. $\lim_{s \rightarrow 0} s \ln s$ ekanligidan $\lim_{x \rightarrow \xi} (x - \xi) \ln(x - \xi) = 0$ ekanligini topamiz.

$x = 1$ nuqtada ham $K(x, \xi)$ yadrodagi $(1-x) \ln(1-x)$ ifoda uchun xuddi yuqoridagi kabi ishlar bajariladi va ifodaning limiti nolga teng bo'ladi.

Demak, $K(x, \xi)$ yadroning barcha hadlari $x \in [-1, 1], \xi \in [-1, 1]$ da uzluksiz va chegaralangan.

Shunday qilib, berilgan masala uchun integral tenglama quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\tau(x) - \frac{\lambda}{\pi} \int_{-1}^1 K(x, \xi) \tau(\xi) d\xi = \varphi_2(x). \quad (19)$$

Agar (19) tenglamada $\frac{|\lambda|}{\pi} < \frac{1}{M}$ bo'lsa, yagona $\tau(x)$ yechimi mavjud bo'ladi. Bizdagi $K(x, \xi)$ funksiyaning $-1 \leq x \leq 1, -1 \leq \xi \leq 1$ oraliqdagi $\max |K(x, \xi)| = 2$ ekanligidan, $|\lambda| < \frac{\pi}{2}$ bo'ladi.

(19) ga mos bir jinsli integral tenglamaga faqat trivial yechimga ega bo'lgan bir jinsli

$$\begin{aligned} u(x, y) \Big|_{\sigma} &= 0 \\ u(-1, y) &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

masala mos keladi. Ular ekvivalent bo'lganligi uchun (19) ga mos bir jinsli integral tenglama ham faqat trivial yechimga ega bo'ladi. Unda Fredholm alternativasi asosan (19) bir jinslimas integral tenglama yagona yechimga ega bo'ladi.

Endi $\varphi(\xi, \eta) = \eta^\alpha \varphi_0(\xi, \eta)$ tenglikga ko'ra, $\varphi_1(x)$ funksiyani

$$\varphi_1(x) = \frac{1}{\pi} (1-x^2) \int_{-1}^1 \frac{(1-\xi^2)^{(\alpha-1)/2} \bar{\varphi}_0(\xi) d\xi}{x^2 - 2x\xi + 1} \quad (21)$$

ko'rinishda bo'ladi, bu yerda $\bar{\varphi}_0(\xi) = \psi_0(\xi, \sqrt{1-\xi^2})$.

Bu funksiyaning $(-1,1)$ oraliq hamda uning chetki nuqtalaridagi xossalari keltiramiz. (21) tenglikdan $\varphi_1(x)$ funksiya $x \in (-1,1)$ oraliqda ixtiyoriy tartibli uzluksiz hosilalarga ega ega va $x \rightarrow 1$ va $x \rightarrow -1$ da bir xil ko'rinishda bo'ladi. Shuning uchun $x \rightarrow 1$ da o'rganish kifoya.

Shu sababli (21) tenglikdagi $(-1,1)$ oraliqda $\xi = -1 + 2\zeta$ almashtirish bajariladi va $\varphi_1(x)$ funksiyaning quyidagicha

$$\varphi_1(x) = \frac{1}{\pi} 2^\alpha \frac{1-x}{1+x} \int_0^1 [\zeta(1-\zeta)]^{(\alpha-1)/2} \left[1 - \frac{4x}{(1+x)^2} \zeta \right]^{-1} \Phi(\zeta) d\zeta,$$

yo'zish mumkin. Bu yerda $\Phi(\zeta) = \bar{\varphi}_0(-1+2\zeta)$.

Bu ifodani x bo'yicha differensiallab, so'ngra o'rta qiymat haqidagi teoremani qo'llaymiz va quyidagi ko'rinishda yozib olamiz:

$$\begin{aligned} \varphi_1'(x) = & -\frac{1}{\pi} 2^{\alpha+1} (1+x)^{-2} \Phi(\zeta_1) \int_0^1 [\zeta(1-\zeta)]^{(\alpha-1)/2} \left[1 - \frac{4x}{(1+x)^2} \zeta \right]^{-1} d\zeta + \\ & + \frac{1}{\pi} 2^{\alpha+2} (1-x)^2 (1+x)^{-4} \Phi(\zeta_2) \int_0^1 \zeta^{(\alpha+1)/2} (1-\zeta)^{(\alpha-1)/2} \left[1 - \frac{4x}{(1+x)^2} \zeta \right]^{-2} d\zeta \end{aligned}$$

bu yerda $\zeta_1, \zeta_2 \in (0,1)$ oraliqdagi tayin sonlar.

Gaussning $F(a,b,c;x)$ gipergeometrik funksiyasidan foydalanib

$$F(a,b,c;x) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\Gamma(c-b)} \int_0^1 t^{b-1} (1-t)^{c-b-1} (1-xt)^{-a} dt$$

$\varphi_1'(x)$ ni quyidagi ko'rinishda yozib olamiz:

$$\begin{aligned} \varphi_1'(x) = & -\frac{1}{\pi} 2^{\alpha+1} \Phi(\zeta_1) \frac{\Gamma^2[(\alpha+1)/2]}{\Gamma(\alpha+1)} (1+x)^{-2} \times \\ & \times F\left(\frac{(\alpha+1)/2, 1, \alpha+1; \frac{4x}{(1+x)^2}}{1}\right) + \\ & + \frac{1}{\pi} 2^{\alpha+2} \Phi(\zeta_2) \frac{\Gamma[(\alpha+3)/2] \Gamma[(\alpha+1)/2]}{\Gamma(\alpha+2)} (1-x)^2 (1+x)^{-4} \times \\ & \times F\left(\frac{(\alpha+3)/2, 2, \alpha+2; \frac{4x}{(1+x)^2}}{1}\right). \end{aligned} \quad (22)$$

$\alpha > 1$ bo'lganligi uchun (22) ifodadagi birinchi qo'shiluvchi $x \rightarrow 1$ da chegaralangan. $F(a,b,c;x)$ funksiya uchun avtotransformatsiya formulasidan foydalanib (22) ifodadagi ikkinchi qo'shiluvchi ham $x \rightarrow 1$ da chegaralangan. Demak, $\varphi_1'(x)$ funksiya $x \rightarrow 1$ da chegaralangan.

Yuqoridagi mulohazalardan kelib chiqadiki, $\varphi_1(x) \in C[-1,1] \cap C^\infty(-1,1)$ va $\varphi_1'(x)$ funksiya $x \rightarrow \pm 1$ da chegaralangan. Demak, ikkita uzluksiz funksiyaning yig'indisi ham uzluksiz ekanligidan $\varphi_2(x) \in C[-1,1]$ bo'ladi [2].

2-teorema. Agar $\psi(x,y) \in C^1(\bar{\Omega}_0) \cap C^2(\Omega_0)$ va $\varphi(y) \in C^1[-1,0]$ bo'lsa, masala yechimi mavjud bo'ladi.

XULOSA

Ushbu tadqiqotda elliptiko-giperbolik tipdagi tenglama uchun berilgan chegaraviy masala o'rganildi. Masala Fredgolmning ikkinchi tur integral tenglamasiga keltirilib, integral tenglamaning yadrosi tahlil qilindi hamda masala yechimining mavjudligi va yagonaligi ko'rsatildi. Olingan natijalar aralash tipdagi differensial tenglamalar nazariyasini yanada rivojlantirishda va fizik modellarni tahlil qilishda qo'llanilishi mumkin.

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. M.C.Салохиддинов, А.Қ.Ўринов. Гиперболик типдаги бузиладиган дифференциал тенгламалар. – Фарғона давлат университети нашриёти, 2005. -176 бет.
2. M.C.Салохиддинов, А.Қ.Ўринов. Аралаш типдаги дифференциал тенгламалар. –Тошкент: “Университет” нашриёти, 2007. -283 бет.
3. А.Қ.Ўринов. Параболо-гиперболик типдаги дифференциал тенгламалар учун chegaraviy масалалар. – Тошкент: “Наврўз” нашриёти, 2016. – 216 бет.
4. А.Қ.Ўринов. Махсус функциялар ва махсус операторлар: ўқув услубий қўлланма-Фарғона: “Фарғона” нашриёти, 2012. - 112 бет.
5. Salohiddinov M.S. Integral tenglamalar. -Toshkent, 2007.- 283 bet.
6. Джураев Т.Д. Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанно – составного типов. – Ташкент: Фан. 1979. -240с.
7. Абдукодиров А.Т. Краевые задачи для гиперболического уравнения с вырождением типа и порядка. Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Тошкент. 2006. – 21с.
8. Каримов К.Т. Внутренне – краевые задачи для уравнений смешанного типа с двумя сингулярными коэффициентами: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Ташкент. 2010. – 20с.
9. Нахушев А.М. О некоторых краевых задачах для гиперболических уравнений и уравнений смешанного типа // Дифференциальные уравнения. 1969. Т. 5. № 1. – С. 44-59.
10. Салахитдинов М.С., Мирсабуров М. Об одном аналоге задачи Бицадзе-Самарского для вырождающегося эллиптического уравнения // Сибирский математический журнал. 1999. Т.40. №1. -С. 177-182.
11. Уринов А.К., Каримов Ш.Т. Краевые задачи со смещением для вырождающегося гиперболического уравнения // Труды института математики и компьютерных технологий. Выпуск IV. - Ашгабат: Ўлим. 1995. – С. 159-164.