

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

FARG'ONA DAVLAT UNIVERSITETI

**FarDU.
ILMIY
XABARLAR**

1995-yildan nashr etiladi
Yilda 6 marta chiqadi

4-2025
ANIQ FANLAR

**НАУЧНЫЙ
ВЕСТНИК.
ФерГУ**

Издаётся с 1995 года
Выходит 6 раз в год

Sh.A.Umarov

Neyron tarmoqlar yordamida anomalionalarni aniqlash tizimini loyihalashtirish 4

S.S.Jo'raboyev, N.M.Abdumutalova, D.U.Turdaliyeva

Kvarternion sonlar jismi ustida aniqlangan n -tartibli matritsaning satr determinanti va uning xossalari 10

К.С.Газиёв

Краевая задача для уравнения четвёртого порядка составного типа 15

R.Sulaymonov, Sh. Sh.Shuxratov

Paxtani yirik iflosliklardan tozalashda qobirg'ali kolosniklar ta'sirining tadqiqoti 22

М.Т.Нормурадов, К.Т.Довранов, И.М. Акбаров, Н.Б.Туйчиев, О.Ю.Юлдошев, Г.Х.Хамдамова

Рентгенофазовый и асм-анализ пленок Mn_4Si_7 , осажденных ионно-плазменным методом .. 28

U.T.Berdiyev

Harbiy va fuqarolik sharoitida ratchet turniketlarning samadorligi 34

O.M.Tursunkulov, G.B.Khojjeva, M.A.Sobitov, B.B.Gulyamov, N.J.Uzakbergenov,

K.V.Vyacheslav, Kh.T. Nazarov, Sh.G.Khojiev

Surface formation of molybdenum foils via anodization and laser irradiation for catalytic applications 38

С.М.Отажонов, Р.Н.Эргашев, Қ.А.Ботиров, У.Х.Маъруфова, Л.Э.Эргашева

Исследование влияния глубоких уровней на фотоэлектрические параметры гетероструктур p -CdTe – n -CdS И p -CdTe – n -CdSe 44

$$\begin{aligned}
r \det_i \mathbf{A} &= \sum_{\sigma \in S_n} (-1)^{n-r} a_{i i_{\sigma_1}} a_{i_{\sigma_1} i_{\sigma_2}+1} \dots (b_j + c_j) \dots a_{i_{\sigma_r}+i_r, i_{\sigma_r}} = \\
&= \sum_{\sigma \in S_n} (-1)^{n-r} a_{i i_{\sigma_1}} a_{i_{\sigma_1} i_{\sigma_2}+1} \dots b_j \dots a_{i_{\sigma_r}+i_r, i_{\sigma_r}} + \sum_{\sigma \in S_n} (-1)^{n-r} a_{i i_{\sigma_1}} a_{i_{\sigma_1} i_{\sigma_2}+1} \dots c_j \dots a_{i_{\sigma_r}+i_r, i_{\sigma_r}} = \\
&= r \det_i \mathbf{A}_{k-}(b) + r \det_i \mathbf{A}_{k-}(c).
\end{aligned}$$

XULOSA

Xulosa o'rnida shuni aytishimiz mumkinki, n -tartibli kvaternion elementli kvadrat matritsalarining har bir satri bo'yicha olingan determinantlar o'zaro teng emas. Faqatgina Ermit matritsasi uchun har bir satr bo'yicha olingan determinantlar o'zaro teng bo'ladi.

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Позинковский И. С. Об определителе матриц с элементами из некоторого кольца // *Мат. сб.* – 1958. – Т. 45 (87), № 1. – С. 3–16.
2. Aslaksen H. Quaternionic determinants // *Math. Intelligencer.* – 1996. – Vol. 18, no. 3. – P. 57–65.
3. Гельфанд И. М., Ретах В. С. Детерминанты матриц над некоммутативными кольцами // *Функц. анализ и его прил.* – 1991. – Т. 25, № 2. – С. 13–35.
4. Гельфанд И. М., Ретах В. С. Теория некоммутативных детерминантов и характеристические функции графов // *Функц. анализ и его прил.* – 1992. – Т. 26, № 4. – С. 33–45.
5. Chen L. Definition of determinant and Cramer solutions over quaternion field // *Acta Math. Sinica (New Ser.)*. – 1991. – Vol. 7, no. 2. – P. 171–180.
6. Chen L. Inverse matrix and properties of double determinant over quaternion field // *Sci. China, Ser. A.* – 1991. – Vol. 34. – P. 528–540.
7. Cohen N., De Leo S. The quaternionic determinant // *Electron. J. Linear Algebra.* – 2000. – Vol. 7. – P. 100–111.
8. Кирчей И. И. Классическая присоединённая матрица для эрмитовой над телом // *Мат. методы и физико-механические поля.* – 2001. – Т. 44, № 3. – С. 33–48.



TO'RTINCHI TARTIBILI MURAKKAB TURDAGI TENGLAMA UCHUN CHEGARAVIY MASALA

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА СОСТАВНОГО ТИПА

BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A FOURTH ORDER COMPOSITE TYPE EQUATION

Кобилжон Солижонович Газиёв 

Ферганский государственный университет, кандидат физико-математических наук, доцент

Annotatsiya

Mazkur maqolada to'rtinchi tartibli elliptik operator qatnashgan tenglama uchun chegaralangan sohada chegaraviy masala tahlil qilingan. Boshqa masalalardan farqi shundaki, bu masalada soha chegarasida funktsiyani o'zi va ikkinchi tartibli hosilasi berilgan. Masalani yagonaligi integral energiya usuli orqali isbotlangan, yechimning mavjudligini asoslashda Fredgolmning ikkinchi tur integral tenglamasiga keltirilgan.

Аннотация

В настоящей работе изучается краевые задачи для уравнения четвертого порядка содержащего оператора Лапласа в конечной области. Эта задача отличается от других задач тем, что на границе области задается сама функция и производный второго порядка, единственность решения доказывается методом интеграл энергии, а существования решения приводится к уравнению Фредгольма второго рода.

Abstract

In this paper, boundary value problems for a fourth-order equation containing the Laplace operator in a finite domain are studied. This problem differs from other problems in that the function itself and the second-order derivative are defined on the boundary of the domain, the uniqueness of the solution is proved by the integral energy method, and the existence of the solution is reduced to the Fredholm equation of the second kind.

Kalit so'zlar: Dirixle masalasi, to'rtinchi tartibli tenglamalar, energiya integral usuli.

Ключевые слова: Задача Дирихле, уравнения четвертого порядка, метод интегралов энергии.

Key words: Dirichlet problem, fourth order equations, energy integral method.

В односвязной области $D \subset \mathbb{R}^2$, ограниченной гладким жордановым контуром Γ рассмотрим уравнение

$$\left(\alpha \frac{\partial}{\partial x} + \beta \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 (u_{xx} + u_{yy}) + c(x, y)u = f(x, y), \quad (1)$$

где $\alpha, \beta = \text{const}$, причем $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$.

Считаем, что Γ обладает следующими свойствами[1]:

а) характеристики $\beta x - \alpha y = l$, где $-\infty < l_1 < l < l_2 < +\infty$ пересекают контур Γ в двух точках, причем эти характеристики не касаются Γ ; характеристики $\beta x - \alpha y = l_1$ и $\beta x - \alpha y = l_2$ имеют с контуром Γ единственные общие точки (касания) – $N_1(x_1, y_1)$ и $N_2(x_2, y_2)$ соответственно, а характеристики $\beta x - \alpha y = l$ при $l < l_1$ и $l > l_2$ общих точек с Γ не имеют.

б) функции $x=x(s)$, $y=y(s)$, определяющие параметрическое уравнение кривой Γ , непрерывны вместе со своими производными до второго порядка включительно, причем $x'^2(s) + y'^2(s) \neq 0$.

Через Γ_1 обозначим ту часть Γ которая получается при движении от точки N_1 к точке N_2 в положительном направлении (т.е. против часовой стрелки), а через $\Gamma_2 = \Gamma \setminus \Gamma_1$.

Задача Н. Найти решение $u(x, y) \in C^4(D) \cap C^2(\bar{D})$ уравнения (1) удовлетворяющее краевым условиям

$$u(x, y) = f_1(x, y), \quad \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial n^2} = f_2(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma, \quad (2)$$

здесь $f_1(x, y)$, $f_2(x, y)$ – заданные функции, n – внешняя нормаль к Γ .

I. Единственность решения задачи Н.

Теорема 1.1. Однородная задача Н не имеет нетривиальных решений.

Доказательство. Для доказательства теоремы 1.1 достаточно показать, что уравнение (1) с однородными условиями

$$u|_{\Gamma} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} \right|_{\Gamma} = 0 \quad (3)$$

не имеет нетривиальных решений.

Положим $D_\varepsilon = \{(x, y) \in D; \text{dist}[\Gamma, (x, y)] > \varepsilon\}$.

Пусть $u(x, y)$ есть решение (1), (3). Тогда умножая уравнение (1) на функцию $u(x, y)$ и интегрируя по области D_ε , получим

$$\iint_{D_\varepsilon} u \left(\alpha \frac{\partial}{\partial x} + \beta \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 (u_{xx} + u_{yy}) dx dy + \iint_{D_\varepsilon} u c(x, y) u(x, y) dx dy = 0. \quad (4)$$

Нетрудно проверить, что в D , а следовательно и в D_ε имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \alpha^2 u \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Delta u &= \alpha^2 \left[(u \Delta u_x)_x - (u_x u_{xx})_x + u_{xx}^2 - (u_x u_{xy})_y + u_{xy}^2 \right], \\ 2\alpha\beta u \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \Delta u &= 2\alpha\beta \left[(u \Delta u_x)_y - (u_y u_{xx})_x + u_{xx} u_{xy} - (u_y u_{yy})_x + \right. \\ &\quad \left. + u_{yy} u_{xy} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

$$\beta^2 u \frac{\partial^2}{\partial y^2} \Delta u = \beta^2 \left[(u \Delta u_y)_y - (u_y u_{xy})_x + u_{xy}^2 - (u_y u_{yy})_y + u_{yy}^2 \right],$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – оператор Лапласа.

Применяя формулу Гаусса-Остроградского[3], из равенства (4), учитывая условия (3), а также (5), при $\varepsilon \rightarrow 0$ имеем

$$\begin{aligned} - \int_{\Gamma} \left[\alpha^2 u_x u_{xx} + 2\alpha\beta u_y \Delta u + \beta^2 u_y u_{yy} \right] dy + \int_{\Gamma} \left[\alpha^2 u_x u_{xy} + \beta^2 u_y u_{yx} \right] dx + \\ + \iint_D \left[W_x^2 + W_y^2 + c(x, y) u^2 \right] dx dy = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

здесь

$$W(x, y) = \alpha u_x + \beta u_y. \quad (7)$$

МАТЕМАТИКА

Известно, что на Γ выполняется равенства

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} \cdot \left(\frac{dx}{dn}\right)^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} \cdot \left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial s \partial n} \frac{dx}{dn} \frac{dx}{ds}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} \cdot \left(\frac{dy}{dn}\right)^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} \cdot \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial s \partial n} \frac{dy}{dn} \frac{dy}{ds}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} &= \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} \cdot \frac{dy}{dn} \frac{dx}{dn} + \frac{\partial^2 u}{\partial s \partial n} \cdot \left(\frac{dy}{ds} \frac{dx}{dn} + \frac{dy}{dn} \frac{dx}{ds}\right) + \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} \frac{dx}{ds} \frac{dy}{ds}.\end{aligned}$$

Так как $u|_{\Gamma} = 0$, то $\left.\frac{\partial^2 u}{\partial s^2}\right|_{\Gamma} = 0$

Отсюда, учитывая второе из условия (3), получим

$$u_{xx} = 0, \quad u_{yy} = 0, \quad u_{yx} = 0 \text{ на } \Gamma. \quad (8)$$

Поэтому из соотношения (6) находим, что

$$\iint_D [W_x^2 + W_y^2 + c(x, y)u^2] dx dy = 0, \quad (9)$$

Если $c(x, y) \geq 0$ то, отсюда следует, что $u(x, y) = 0$ в D .

Если $c(x, y) \equiv 0$ то, отсюда следует, что $W(x, y) = \text{const}$ в D . Так как $u \in C^2(\bar{D})$, то $W(x, y) = 0$ в $\bar{D}$. Учитывая это и (7) имеем

$$\alpha u_x + \beta u_y = 0 \quad (10)$$

Легко показать, что решением уравнения (10), удовлетворяющим условию

$$u(x, y) = 0, \quad (x, y) \in \Gamma_1,$$

является только функция $u \equiv 0$ в области D .

В самом деле, вводя новые независимые переменные

$$\zeta = \beta x - \alpha y, \quad \eta = y, \quad (11)$$

приведем уравнения к следующему виду

$$u_{\eta} = 0.$$

Общее решение последнего уравнения имеет вид

$$u(\zeta, \eta) = \omega(\zeta),$$

где $\omega(\zeta)$ – произвольная функция.

Пусть $\eta = \mu(\zeta)$ – уравнение кривой Γ_1 в переменных (ζ, η) . Тогда, удовлетворяя условию

$$u|_{\eta=\mu(\zeta)} = 0,$$

из предыдущего равенства получим, что $u \equiv 0$ в D . Теорема доказана.

II. Существование решения задачи Н.

Положим $f_i(s) = f_i(x(s), y(s))$, $i = 1, 2$.

Теорема 1.2. Если функции $f_1''(s)$, $f_2(s)$ непрерывно на Γ и $f_1''(N_i) = 0$, $i = 1, 2$, также $f(x, y)$, $(x, y) \in D$ непрерывно то решение задачи Н существует.

Для определенности рассмотрим случай когда $\alpha\beta \neq 0$.

Доказательство. Обозначим

$$\left(\alpha \frac{\partial}{\partial x} + \beta \frac{\partial}{\partial y}\right)^2 u = v(x, y) \quad (12)$$

Тогда уравнение (1) принимает вид

$$\Delta v = c(x, y)u + f(x, y), \quad (x, y) \in D. \quad (13)$$

Для функции $v(x, y)$ зададим краевое условие

$$v(x, y) = \omega(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma, \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} \omega(x, y) = & (\alpha x_n + \beta y_n)^2 f_2(x, y) + (\alpha x'(s) + \beta y'(s)) f_{1sz}(x, y) + \\ & (\alpha^2 x_n x_s + 2\alpha\beta(x_n y_s + y_n x_s) + \beta^2 y_n y_s) f_{1sw}(x, y), \end{aligned}$$

Из условий теоремы следует, что

$$v(N_1) = v(N_2) = 0. \quad (15)$$

Известно [17], что решение задачи (13), (14) дается формулой

$$\begin{aligned} v(x, y) = & \int_{\Gamma} \frac{\partial G(x, y, \zeta(s), \eta(s))}{\partial n} \omega(s) ds + \iint_D G(x, y, \zeta, \eta) c(\zeta, \eta) u(\zeta, \eta) d\zeta d\eta + \\ & + \iint_D G(x, y, \zeta, \eta) f(\zeta, \eta) d\zeta d\eta, \end{aligned} \quad (16)$$

здесь $G(x, y, \zeta(s), \eta(s)) = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} + g(x, y, \zeta, \eta)$ - функция Грина в области D ,

$r^2 = (x - \zeta)^2 + (y - \eta)^2$, $g(x, y, \zeta, \eta)$ - регулярная часть функции Грина.

Из уравнения (12), в силу обозначения (7), с учетом условий (2), мы получим следующую задачу

$$\alpha W_x + \beta W_y = v(x, y) \quad (17)$$

$$W|_{\Gamma} = \begin{cases} f_{11}(x, y), & \text{если } (x, y) \in \Gamma_1, \\ f_{12}(x, y), & \text{если } (x, y) \in \Gamma_2, \end{cases} \quad (18)$$

где $f_{1i}(x, y) = (\alpha x_n + \beta y_n) f_3(x, y) + (\alpha x'(s) + \beta y'(s)) f_1'(x, y)$,

$i = 1, 2$, $x_n = \cos(x, n) = y'(s)$, $y_n = \cos(y, n) = -x'(s)$. $f_3(x, y)$ - пока

неизвестная функция.

Используя соотношения (11) уравнение (17) приведем к виду

$$W_{\eta} = \frac{1}{\beta} v\left(\frac{\zeta + \alpha\eta}{\beta}, \eta\right). \quad (19)$$

При этом условие (18) примет вид

$$W|_{\Gamma'} = \begin{cases} f_{11}\left(\frac{\zeta + \alpha\eta}{\beta}, \eta\right), & \text{если } (\zeta, \eta) \in \Gamma'_1, \\ f_{12}\left(\frac{\zeta + \alpha\eta}{\beta}, \eta\right), & \text{если } (\zeta, \eta) \in \Gamma'_2, \end{cases} \quad (20)$$

Здесь $\Gamma', \Gamma'_1, \Gamma'_2$ - образы соответственно $\Gamma, \Gamma_1, \Gamma_2$ при преобразованиях (11).

Пусть Γ'_i ($i=1,2$) задаются уравнениями

$$\eta = \begin{cases} \mu_1(\zeta), & (\zeta, \eta) \in \Gamma'_1, \\ \mu_2(\zeta), & (\zeta, \eta) \in \Gamma'_2. \end{cases}$$

Пользуясь формулой (16) и интегрируя уравнение (19) по η от $\mu_2(\zeta)$ до η , мы с учетом условий (20) находим, что

$$\begin{aligned} W(\zeta, \eta) = & \frac{1}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \int_{\Gamma} (\alpha\eta'(s) - \beta\zeta'(s)) \ln \left(\left(\frac{\zeta + \alpha\eta}{\beta} - \zeta(s) \right)^2 + \right. \\ & \left. + (\eta - \eta(s))^2 \right) \omega(s) ds + \int_{\Gamma} g_1(\zeta, \eta, \zeta(s), \eta(s)) \omega(s) ds + \\ & + \iint_D \left[\int_{\mu_2(\zeta)}^{\eta} G(\zeta, t, \zeta, \eta) C(\zeta, \eta) u(\zeta, \eta) d\zeta d\eta \right] + f_{12}\left(\frac{\zeta + \mu_2(\zeta)}{\beta}, \mu_2(\zeta)\right) + F(\zeta, \eta) \end{aligned}$$

Переходя здесь к переменным (x, y) получим

$$\begin{aligned} W(x, y) = & \frac{1}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \int_{\Gamma} (\alpha\eta'(s) - \beta\zeta'(s)) \ln \left((x - \zeta(s))^2 + \right. \\ & \left. + (y - \eta(s))^2 \right) \omega(s) ds + \int_{\Gamma} g_1(x, y, \zeta(s), \eta(s)) \omega(s) ds + F(x, y) + \\ & + f_{12}\left(x - \frac{\alpha}{\beta}y + \frac{\alpha}{\beta}\mu_2(\beta x - \alpha y), \mu_2(\beta x - \alpha y)\right) + \\ & + \iint_D \left[\int_{\mu_2(\beta x + \alpha y)}^y G\left(x - \frac{\alpha}{\beta}y + \frac{\alpha}{\beta}t, t, \zeta, \eta\right) dt \right] C(\zeta, \eta) u(\zeta, \eta) d\zeta d\eta, \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} F(x, y) = & \iint_D \int_{\mu_2(\beta x + \alpha y)}^y G\left(x - \frac{\alpha}{\beta}y + \frac{\alpha}{\beta}t, t, \zeta, \eta\right) f(\zeta, \eta) d\zeta d\eta dt, \\ g_1(x, y, \zeta(s), \eta(s)) = & \frac{1}{\beta} \int_{\mu_2(\beta x - \alpha y)}^y g_n\left(x - \frac{\alpha}{\beta}y + \frac{\alpha}{\beta}t, t, \zeta(s), \eta(s)\right) dt + \\ & + q_0(x, y, \zeta(s), \eta(s)), \\ q_0(x, y, \zeta(s), \eta(s)) = & - \frac{\alpha\eta'(s) - \beta\zeta'(s)}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \times \end{aligned}$$

$$\times \ln \left(\left(x - \frac{\alpha}{\beta} y + \frac{\alpha}{\beta} \mu_2(\beta x - \alpha y) - \zeta(s) \right)^2 + (\mu_2(\beta x - \alpha y) - \eta(s))^2 \right) -$$

$$- \frac{\alpha \eta'(s) - \beta \zeta'(s)}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \left(\operatorname{arctg} \frac{(x - \zeta(s)) \frac{\alpha}{\beta} + (y - \eta(s))}{(x - \zeta(s)) - \frac{\alpha}{\beta} (y - \eta(s))} - \right.$$

$$\left. - \operatorname{arctg} \frac{\left(\frac{\alpha^2}{\beta^2} + 1 \right) \mu_2(\beta x - \alpha y) + \frac{\alpha}{\beta} (x - \zeta(s)) - \frac{\alpha^2}{\beta^2} y - \eta(s)}{(x - \zeta(s)) - \frac{\alpha}{\beta} (y - \eta(s))} \right).$$

Теперь, для определения функции $u(x, y)$ решаем уравнение (7) с граничным условием

$$u(x, y) = f_1(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_1.$$

Решение этой задачи выражается формулой (см. (19))

$$u(x, y) = \frac{1}{\beta} \int_{\mu_1(\beta x - \alpha y)}^y W \left(x - \frac{\alpha}{\beta} y + \frac{\alpha}{\beta} t, t \right) dt +$$

$$+ f_1 \left(x - \frac{\alpha}{\beta} y - \frac{\alpha}{\beta} \mu_1(\beta x - \alpha y), \mu_1(\beta x - \alpha y) \right). \quad (22)$$

Так как $u|_{\Gamma} = f_1(x, y)$, то $\frac{\partial u}{\partial s}|_{\Gamma} = \frac{\partial f_1}{\partial s}$

Из (22) возьмём производные по x и y , затем используя формулу $u_s = (x_s u_x + y_s u_y)$ находим

$$f_3(x, y) = \frac{1}{\mu(x, y)} (U(x, y) + F_1(x, y)), \quad \bar{\mu}(x, y) = \mu(x, y)(\alpha x_n + \beta y_n)$$

где

$$F_1(x, y) = \bar{f}_1(x, y) - \mu(x, y) \left(\Omega(x, y) + F(x, \mu_1(\beta x - \alpha y)) + (\alpha x'(s) + \beta y'(s)) f_1'(x, y) \right),$$

$$U(x, y) = \iint_D \int_{\mu_2(\beta x - \alpha y)}^{\mu_1(\beta x - \alpha y)} G \left(x - \frac{\alpha}{\beta} \mu_1(\beta x - \alpha y) + \frac{\alpha}{\beta} t, t, \xi, \eta \right) C(\xi, \eta) u(\xi, \eta) dt d\xi d\eta,$$

$$\Omega(x, y) = \frac{1}{\pi(\alpha^2 + \beta^2)} \int_{\Gamma} \left[(\alpha \eta'(s) - \beta \zeta'(s)) \ln(x - \zeta(s))^2 + \right.$$

$$\left. + (y - \eta(s))^2 + g_1(x, y, \zeta(s), \eta(s)) \right] \omega(s) ds$$

Так как $f_1''(N_i) = 0$, то $\alpha x_n + \beta y_n \neq 0$ в Γ_2 .

Вставляя найденные значения $f_3(x, y)$ в (21)

получим

$$\begin{aligned}
W(x, y) &= \iint_D \int_{\mu_2(\beta x - \alpha y)}^y G\left(x - \frac{\alpha}{\beta}y + \frac{\alpha}{\beta}t, t, \xi, \eta\right) C(\xi, \eta) u(\xi, \eta) d\xi d\eta + \\
&+ \left(\frac{1}{\mu(x, y)} \cdot U(x, y) + \frac{F_1(x, y)}{\mu(x, y)} \right) + \Omega(x, y) + F(x, y) = \\
&= \iint_D \int_{\mu_2(\beta x - \alpha y)}^y G\left(x - \frac{\alpha}{\beta}y + \frac{\alpha}{\beta}t, t, \xi, \eta\right) C(\xi, \eta) u(\xi, \eta) d\xi d\eta + \\
&+ \frac{1}{\mu(x, y)} \cdot \iint_D \int_{\mu_2(\beta x - \alpha y)}^{\mu_1(\beta x - \alpha y)} G\left(x - \frac{\alpha}{\beta}\mu_1(\beta x - \alpha y) + \frac{\alpha}{\beta}t, t, \xi, \eta\right) C(\xi, \eta) u(\xi, \eta) + F_2(x, y) \\
\text{где } F_2(x, y) &= \frac{F_1(x, y)}{\mu(x, y)} + \Omega(x, y) + F(x, y)
\end{aligned}$$

Теперь используя (22) для нахождения функции $u(x, y)$ приходим к уравнению

$$u(x, y) - \iint_D k(x, y, \xi, \eta) u(\xi, \eta) d\xi d\eta = F_2(x, y) \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned}
k(x, y, \xi, \eta) &= \left(\ln(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + \bar{g}(x, y, \xi, \eta) \right) + \\
&+ \frac{C(\xi, \eta)}{\mu(x, y)} \int_{\mu_2(\beta x - \alpha y)}^{\mu_1(\beta x - \alpha y)} G\left(x - \frac{\alpha}{\beta}y + \frac{\alpha}{\beta}t, t, \xi, \eta\right) dt \\
\bar{g}(x, y, \xi, \eta) &= \int_{\mu_1(\beta x - \alpha y)}^y g(x, t, \xi, \eta) dt + g_1(x, y, \xi, \eta)
\end{aligned}$$

(23) является интегральным уравнением второго рода [3]. Ядро $k(x, y, \xi, \eta)$ - имеет логарифмическую особенность, а функция $F_2(x, y)$ - непрерывна в области определения в силу условий теоремы.

Существования решения (23) следует из единственности поставленной задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Джумаев Т.Д. Краевые задачи для уравнения смешанного и смешанно- составного типов. Ташкент. Фан. 1979.-240 с.
2. Газиёв К.С. Задача Дирихле для уравнения четвертого порядка составного типа. ДАН РУ. 1995, №11-12 с.4-7.
3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М., Наука, 1988,-512с.