

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ  
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

---

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

**FarDU.  
ILMIY  
XABARLAR-**

1995 йилдан нашр этилади  
Йилда 6 марта чиқади

— 2-2018 —  
апрель

**НАУЧНЫЙ  
ВЕСТНИК.  
ФерГУ**

Издаётся с 1995 года  
Выходит 6 раз в год

<b>Х.МУХАММЕДОВА</b> Викториан инглиз адабиётида аёл тақдирининг акс эттирилиш.....	73
<b>ТИЛШУНОСЛИК</b>	
<b>К.КАРИМОВ</b> Маданиятлараро мулоқот ва таржима муаммолари.....	76
<b>У.НОСИРОВА</b> Поэтик нутқнинг прагматик хусусиятлари .....	80
<b>Н.АХМАДЖОНОВ</b> Фразеологизмлар немис халқи миллий маданиятининг кўзгусидир .....	83
<b>ПЕДАГОГИКА, ПСИХОЛОГИЯ</b>	
<b>Т.ЭГАМБЕРДИЕВА, Д.ОХУНОВА</b> Талабалар онгида моддий ва маънавий ҳаёт уйғунлигини шакллантириш асослари .....	86
<b>ИЛМИЙ АХБОРОТ</b>	
<b>А.ЎРИНОВ, Ф.ФОЗИЛОВА</b> Коеффициенти узилишга эга бўлган оддий дифференциал тенглама учун умумлашган спектрал масала .....	89
<b>Ш.КАРИМОВ, Л.РАХИМОВА</b> Векуа-Эрдей-Лоундес типига янги алмаштириш операторларни қуришнинг бир усули ҳақида.....	92
<b>Х.ШОДМОНОВ, Ш.АКРАМОВ</b> Қанд лавлаги – қимматбаҳо техник экин.....	94
<b>А.ҚАМБАРОВ, А.НУРМУҲАММАДЖОНОВ</b> Шайх Акбар (Улуғ Шайх)нинг диний-фалсафий меросига бир назар .....	97
<b>У.НАЗИРОВ</b> Бадий маданият: мазмун-моҳияти, структура ва функциялари.....	100
<b>А.КОСИМОВ</b> XX аср ўзбек ва рус адабиётида тинчлик ва инсон тушунчаси (талқини ва тадқиқотлари).....	102
<b>Д.ХУСЕНОВА</b> Лев Толстойнинг “Иқрорнома”сида шарқона қарашлар ҳамоҳанглиги .....	105
<b>А.МАМАТОВ, Р.АХРОРОВА</b> Концептнинг тоифалари.....	108
<b>К.ХОДЖАХАНОВА</b> Мактаб ўқувчиларида натурадан расм ишлашга ўргатишнинг дидактик имкониятлари.....	110
<b>Б.ҚУРБОНОВА</b> Ўқувчи ёшларнинг маънавий дунёқарашини тасвирий санъат орқали тарбиялаш омиллари.....	113
<b>Н.МЕРГАНОВА</b> Хорижий тил дарсларида ноанъанавий методлардан фойдаланишнинг ўзига хос аҳамияти.....	115
<b>Э.ДЖАББАРОВА</b> Модуляр таълим инновацион таълим сифатида .....	118
<b>И.ЮЛДАШЕВ, И.ПЎЛАТОВ</b> Узлуксиз таълим жараёнида тасвирий санъат дарсларида замонавий педагогик технологиялардан фойдаланиш усуллари .....	121
<b>АДАБИЙ ТАҚВИМ</b>	
<b>Ибратли ҳаёт йўли.....</b>	124
<b>ТАҚРИЗ. БИБЛИОГРАФИЯ</b>	
<b>Библиография.....</b>	127

УДК: 50+517.43

## ВЕКУА-ЭРДЕЙ-ЛОУНДЕС ТИПИДАГИ ЯНГИ АЛМАШТИРИШ ОПЕРАТОРЛАРНИ ҚУРИШНИНГ БИР УСУЛИ ҲАҚИДА

Ш.Каримов Л.Рахимова

### Аннотация

Мақолада ядросида Бессел оператори қатнашган Векуа-Эрдей-Лоундес типига алмаштириш оператори ва каср тартибли Риман-Лиувилль операторларининг композицияси ўрганилган. Ҳосил бўлган ядро Гумберт гипергеометрик функцияси қатнашган интеграл операторнинг алмаштириш оператори бўлиши кўрсатилган.

### Аннотация

В данной работе изучена композиция оператора преобразования Векуа-Эрдей-Лоундеса с функцией Бесселя в ядре и оператора дробного порядка Римана-Лиувилля. В результате получен новый оператор преобразования с вырожденной гипергеометрической функцией Гумберта в ядре.

### Annotation

In this article the composition of the transformation operator Vekua-Erdey-Loundes with Bessel function in the nucleus and the fractional order operator Reeman-Zuivill is studied. As a result a new prevention with a degenerated hypergeometric function Gumbert in the nucleus is recieved.

**Таянч сўз ва иборалар:** алмаштириш операторлари, Векуа-Эрдей-Лоундес алмаштириш оператори, каср тартиби, Риман-Лиувилль оператори.

**Ключевые слова и выражения:** оператор преобразования, оператор преобразования Векуа-Эрдей-Лоундес, оператор дробного порядка Римана-Лиувилля.

**Keywords and expressions:** transformation operator, transformation operator Vekua-Erdey-Loundes, fractional order operator Reeman-Zuivill.

Айтайлик,  $(A, B)$  операторлар жуфти берилган бўлсин. Агар

$$TA = BT \quad (1)$$

муносабат бажарилса,  $T$  оператор алмаштириш оператори деб аталади [1].

Амалий ишларда  $A$  ва  $B$  – дифференциал,  $T$  – эса стандарт фазолардаги чизиқли интеграл оператор бўлади. Векуа-Эрдей-Лоундес типига алмаштириш оператори деб, ушбу

$$T(A + \lambda_1) = (A + \lambda_2)T \quad (2)$$

муносабатни қаноатлантирувчи  $T$  операторга айтилади, бунда  $A$  бирор-бир оператор,  $\lambda_1$  ва  $\lambda_2$  эса комплекс сонлардир.

Одатда  $T$  чизиқли оператор бўлгани учун (2) муносабатни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин бўлади:

$$TA = (A + (\lambda_2 - \lambda_1))T, T(A + (\lambda_1 - \lambda_2)) = TA.$$

Хусусий ҳосилалари дифференциал тенгламалар назариясида алмаштириш оператори усуллари сингуляр ва бузиладиган тенгламалар учун масалаларни ўрганиш, уларнинг аниқ ечимларини қуриш, спектрал масалалар ва псевдодифференциал операторларни ўрганиш ҳамда бошқа кўп масалаларни ўрганишда қўлланилади. Шу сабабли янги алмаштириш операторларини қуриш долзарб масала ҳисобланади. Ушбу ишда ядросида  $J_\nu(z)$  кўринишдаги Бессел функцияси қатнашган қуйидаги

$$\begin{aligned} J_\lambda^\lambda f(x) &= J_\lambda f(x) = f(x) - \lambda \int_0^x \frac{J_1(\lambda\sqrt{x^2-t^2})}{\sqrt{x^2-t^2}} t f(t) dt = \\ &= \int_0^x J_0(\lambda\sqrt{x^2-t^2}) f'(t) dt, \quad f(0) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

оператор билан Риман-Лиувиллнинг [2]

$$I_{a+}^\alpha f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x (x-t)^{\alpha-1} f(t) dt, \quad x > a, \alpha > 0, \quad (4)$$

Ш.Каримов – ФарДУ, физика-математика фанлари номзоди, доцент.  
Л.Рахимова – ФарДУ математик анализ мутахассислиги 2-босқич магистранти.

каср тартибли интеграл оператори композициясини ўрганиш натижасида ядросида икки

ўзгарувчили гипергеометрик функция қатнашган алмаштириш операторини ҳосил қиламиз.

**1-теорема:**  $I_{0+}^{\alpha} J_{\lambda} = J_{\lambda}^1(\alpha)$  композицияни қараймиз.  $J_{\lambda}^1(\alpha)$  оператор алмаштириш оператори бўлади.

$$J_{\lambda}^1(\alpha) f'(x) = \left( \frac{d^2}{dx^2} + \lambda^2 \right) J_{\lambda}^1(\alpha) f(x), \alpha > 1$$

ва уни қуйидаги кўринишда ифодалаш мумкин:

$$J_{\lambda}^1(\alpha) f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha+1)} \int_0^x \frac{(x^2-s^2)^{\alpha}}{2x} \Xi_2\left(\frac{\alpha}{2}; \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}; \alpha + 1; 1 - \frac{s^2}{x^2}; \frac{\lambda^2}{4}(s^2 - x^2)\right) f'(s) ds \quad (5)$$

бу ерда  $\Xi_2(a, b, c, \sigma, \omega)$  -Гумбертнинг бузиладиган гипергеометрик функцияси бўлиб, у қуйидагича аниқланади:

$$\Xi_2(a, b, c, \delta, \omega) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_m (b)_m}{(c)_{m+n}} \frac{\delta^m \omega^n}{m! n!}, \quad |\delta| < 1, |\omega| < +\infty.$$

**Исбот.**  $J_{\lambda}^1(\alpha)$  операторнинг алмаштириш оператори бўлиши  $J_{\lambda}$  операторнинг алмаштириш оператори эканлиги ва  $I_{0+}^{\alpha}$  операторнинг  $D^k = \frac{d^k}{dx^k}, k = 0, 1, \dots$  оператор билан коммутатив эканлигидан келиб чиқади.

(5) ифодани келтириб чиқарамиз.

$$\begin{aligned} I_{0+}^{\alpha} J_{\lambda} f(x) &= \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x (x-t)^{\alpha-1} dt \int_0^t J_0(\lambda \sqrt{t^2-s^2}) f'(s) ds \\ &= \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x f'(s) ds \int_s^x (x-t)^{\alpha-1} J_0(\lambda \sqrt{t^2-s^2}) dt \end{aligned} \quad (6)$$

Бессел функциясини қаторга ёйилмасидан (бу қатор текис яқинлашувчи) фойдаланамиз:

$$\begin{aligned} \int_s^x (x-t)^{\alpha-1} J_0(\lambda \sqrt{t^2-s^2}) dt &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{\lambda}{2}\right)^{2m}}{(m!)^2} \int_s^x (x-t)^{\alpha-1} (t^2-s^2)^m dt = \\ (x-s)^{\alpha} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\left[-\frac{\lambda^2}{2}(x-s)s\right]^m}{(m!)^2} \int_0^1 (1-y)^{\alpha-1} y^m \left(1 + \frac{x-s}{2s} y\right)^m dy = \\ = (x-s)^{\alpha} \Gamma(\alpha) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\left[-\frac{\lambda^2}{2}(x-s)s\right]^m}{(m!)^2 \Gamma(\alpha+m+1)} &= F_1(-m; m+1; \alpha+m+1; \frac{s-x}{2s}) = \\ = \frac{1}{\alpha} \frac{(x^2-s^2)^{\alpha}}{2x} \Xi_2\left(\frac{\alpha}{2}; \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}; \alpha + 1; 1 - \frac{s^2}{x^2}; \frac{\lambda^2}{4}(s^2 - x^2)\right) \end{aligned}$$

Охирги ифодани (6) тенгликка қўйиб, исботланиши лозим бўлган (5) тенгликни ҳосил қиламиз.

Худди шунга ўхшаб қуйидаги теоремани исботлаш мумкин.

**2-теорема.**  $J_{\lambda} I_{0+}^{\alpha} = I_{0+}^{-\alpha} J_{\lambda}(\alpha) I_{0+}^{\alpha} = J_{\lambda}^2(\alpha)$  операторга қараймиз,  $J_{\lambda}^2(\alpha)$  оператор алмаштириш оператори бўлади :

$$J_{\lambda}^2(\alpha) f'(x) = \left( \frac{d^2}{dx^2} + \lambda^2 \right) J_{\lambda}^2(\alpha) f(x), \alpha > 1$$

ва уни қуйидаги кўринишда ифодалаш мумкин:

$$J_{\lambda}^2(\alpha) f = \frac{1}{\Gamma(\alpha+1)} \int_0^x (2s)^{-\alpha} (x^2-s^2)^{\alpha} \times \Xi_2\left(\frac{\alpha}{2}; \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}; \alpha + 1; 1 - \frac{x^2}{s^2}; \frac{\lambda^2}{4}(s^2 - x^2)\right) f'(s) ds.$$

#### Адабиётлар:

1. Carroll R. Transmutation theory and applications. North – Holland, 1985. 351 p.
2. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их изменения. – Минск, 1987.

(Тақризчи: А.Ўринов, физика-математика фанлари доктори, профессор).