

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

**FarDU.
ILMIY
XABARLAR-**

1995 йилдан нашр этилади
Йилда 6 марта чиқади

5-2018
ОКтябрь

**НАУЧНЫЙ
ВЕСТНИК.
ФерГУ**

Издаётся с 1995 года
Выходит 6 раз в год

Аниқ ва табиий фанлар

МАТЕМАТИКА

А.МАДРАХИМОВ, С.КУКИЕВА

Тартибли статистикаларнинг чегаравий хоссалари5

ФИЗИКА, ТЕХНИКА

А.ДЖУРАЕВ, Р.Х.МАКСУДОВ, Ш.ШУХРАТОВ

Пахта тозалагич кўп қиррали тебранувчи колосникларнинг параметрларини асослаш.....8

А.АБДУКАДИРОВ, Г.АКРАМОВА

Ностационар уч фазали фильтрациянинг чегаравий масалалари сонли ечимининг математик моделлари13

С.АБДУРАХМОНОВ, И.БИЛОЛОВ

Замонавий электрон таълим ресурсларини яратиш бўйича тавсиялар17

КИМЁ

М.АХМАДАЛИЕВ, И.АСҚАРОВ

Фурфурол асосидаги товар маҳсулотларини халқ хўжалигидаги аҳамияти (обзор)22

М.ИМОМОВА, Б.АБДУГАНИЕВ

Мотор мойларини кимёвий таркиб бўйича тўғри таснифлашда инфрақизил спектрометрни метрологик аттестатлаш дастури асосида текширишнинг аҳамияти26

Ш.ТУРҒУНБОЕВ, Р.РАХМОНБЕРДИЕВА

Aconitum leucostomum ўсимлигининг сувда эрувчан полисахаридлари29

БИОЛОГИЯ, ҚИШЛОҚ ХЎЖАЛИГИ

М.НАЗАРОВ

Ҳовузларда балиқчиликни ривожлантириш учун табиий озуқа базасидан фойдаланишнинг аҳамияти32

ГЕОГРАФИЯ, ТУПРОҚШУНОСЛИК

О.С.БЕЗУГЛОВА, Г.ЮЛДАШЕВ, М.Т.ИСАГАЛИЕВ

Қатор касалликларнинг педобиогеохимёвий асослари35

Ғ.ЮЛДАШЕВ., У.МИРЗАЕВ

Суғориладиган арзиқ – шохли тупроқларнинг антропоген омил таъсиридаги эволюцияси40

Ижтимоий-гуманитар фанлар

ИҚТИСОДИЁТ

А.ЎРИНОВ

Фуқароларнинг ўзини ўзи бошқариш органлари фаолиятини такомиллаштириш орқали аҳоли бандлигини ошириш44

З.ТОЖИБОЕВ

Иқтисодий ривожланишнинг турли босқичларида табиатдан фойдаланиш иқтисодиёти ҳамда экологик иқтисодиётнинг роли ва ўзаро муносабатлари тўғрисида48

К.КУНДУЗОВА

Суғурта ташкилотларида аудитнинг ўзига хос хусусиятлари53

ТАРИХ

Қ.РАЖАБОВ

Шоир Ҳамзанинг сирли ўлимига оид мулоҳазалар.....59

О.МАҲМУДОВ

Ali bogoni-ми ёки Alberinius? Нюанс: ал-Беруний асарларининг вропадаги дастлабки таржималарига оид айрим мулоҳазалар64

Б.МИРЗАДЖАНОВ

Туркистонда большевиклар кадрлар тайёрлаш механизмнинг шаклланиши69

Н.ИСРОИЛОВ

Амир Темур ва Тўхтамишхон муносабатлари Люсьен Кэрэн талқинида.....73

Г.СЕЙДАМЕТОВА

1960-1970 йилларда Қорақалпоғистонда шаҳарлар ва шаҳар аҳолисининг шаклланиши тарихига назар76

ПРЕДЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ПОРЯДКОВЫХ СТАТИСТИК

А.Мадрахимов, С.Кукиева

Аннотация

В работе изучен вопрос об оценке функции концентрации для сумм минимумов положительных случайных величин.

Аннотация

Мақолада мусбат тасодифий миқдорлар минимумлари йиғиндисининг учун концентрация функциясининг баҳоси ўрганилган.

Annotation

The paper studies the question of estimating the concentration function for the sums of minima of positive random variables.

Ключевые слова и выражения: выборка, случайная величина, функции распределения, оценка функции концентрации.

Таянч сўз ва иборалар: танланма, тасодифий миқдор, тақсимот функциялари, концентрация функциясининг баҳоси.

Keywords and expressions: sampling, random variable, distribution functions, estimation of concentration function.

Пусть x_1, x_2, \dots, x_n выборка объёма n независимых одинаково распределённых положительных случайных величин с функцией распределения $F(x) = P(x_1 < x)$ и пусть

$$S_n = x_1 + \min(x_1, x_2) + \dots + \min(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^n \min(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (1)$$

В работе [1] изучен вопрос о сходимости с вероятностью единицы случайной величины S_n а в [2] сходимость к нормальному закону.

Далее в работе [3] изучена скорость сходимости этой случайной величины к нормальному закону. В предлагаемой работе изучается вопрос об оценке функции концентрации случайной величины S_n , то есть

$$Q(S_n; \lambda) = \sup_{x \geq a} P(x \leq S_n \leq x + \lambda), \quad \lambda \geq 0$$

Оценка функции концентрации $Q(S_n; \lambda)$ случайной величины S_n сначала получена для экспоненциально распределённых случайных величин, а затем для произвольно распределённых случайных величин.

Пусть Z_1, Z_2, \dots, Z_n выборка объёма n из независимых экспоненциально распределённых случайных величин с функцией распределения

$$P(Z_1 < x) = \max(0, 1 - e^{-x})$$

и пусть

$$\tilde{S}_n = Z_1 + \min(Z_1, Z_2) + \dots + \min(Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$$

Тогда имеет место следующая теорема.

Теорема 1. Для любого $\lambda \geq 0$

$$Q(\tilde{S}_n; \lambda) \leq C \frac{\lambda}{\sqrt{\log n}} \quad (2)$$

где C – положительная константа не зависящая от n .

Доказательство. Пусть $f_n(t) = Me^{it\tilde{S}_n}$. В [2] Хёглундом найдена характеристическая

функция случайной величины \tilde{S}_n . Она имеет вид

$$f_n(t) = \prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{it}{k(1-it)} \right).$$

Поэтому в силу Леммы 3. ([3] стр. 54) справедливо

$$Q(\tilde{S}_n; \lambda) \leq C \max \left(\lambda, \frac{1}{a} \right) \int_{-a}^a |f_n(t)| dt \quad (3)$$

для любых $\lambda \geq 0$ и $a > 0$. Положив $a = \frac{1}{\lambda}$, из (3) имеем

$$Q(\tilde{S}_n; \lambda) \leq C \cdot \lambda \int_{|t| \leq \frac{1}{\lambda}} |f_n(t)| dt \leq C \cdot \lambda \int_{-\infty}^{\infty} \left| \prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{it}{k(1-it)} \right) \right| dt \quad (4)$$

$f_n(t)$ - преобразуем в следующем виде

$$f_n(t) = \prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{it}{k(1-it)} \right) = e^{\sum_{k=1}^n \frac{it}{k(1-it)}} \prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{it}{k(1-it)} \right) e^{-\frac{it}{k(1-it)}} \quad (5)$$

Так как $(1+z)e^{-z} = 1 + O(z^2)$ и $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} < \infty$, то

$$\prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{it}{k(1-it)} \right) e^{-\frac{it}{k(1-it)}} = 1 + O(t^2) \quad (6)$$

равномерно по n .

Далее, так как

$$\frac{it}{1-it} = it - t^2 + O(t^3),$$

то имея в виду (6) из (5) получим

$$f_n(t) = e^{(it-t^2) \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}} \left[1 + O(t^2) + O\left(t^3 \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \right) \right]$$

В силу последнего из (4) находим, что

$$\begin{aligned} Q(\tilde{S}_n; \lambda) &\leq C \lambda \int_{-\infty}^{\infty} e^{(it-t^2) \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}} \left[1 + O(t^2) + O\left(t^3 \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \right) \right] dt = \\ &= \lambda C \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2 A_n} |1 + O(t^2) + O(t^3 A_n)| dt \leq \lambda C \left[\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2 A_n} dt + \right. \\ &\quad \left. + C_1 \int_{-\infty}^{\infty} t^2 e^{-t^2 A_n} dt + C_2 \int_{-\infty}^{\infty} |t|^3 A_n e^{-t^2 A_n} dt \right] \quad (7) \end{aligned}$$

Здесь C_1 , C_2 и далее C_3 , C_4 , C_5 , C_6 , C_7 – некоторые константы независимые от n , $A_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$.

Оценив каждый интеграл, участвующий в соотношении (7), легко убедиться в том, что

$$Q(\tilde{S}_n; \lambda) = C \frac{\lambda}{\sqrt{A_n}}$$

Имея в виду того, что $A_n = \log n + O(1)$, получим $Q(\tilde{S}_n; \lambda) \leq C \frac{\lambda}{\sqrt{\log n}}$, что и требовалось

доказать.

Пусть, теперь x_1, x_2, \dots, x_n положительные одинаково распределенные случайные величины с произвольной функцией распределения $F(x) = P(x_1 < x)$ с плотностью $p(x) > 0$.

Предположим, что для $0 < x < \delta$, $\exists p(x) = F'(x) > 0$ и $\exists p'(x) < C < \infty$.

Пусть $H(x) = F^{-1}(1 - e^{-x})$, $H(0) = 0$, $H'(0) = \frac{1}{p(0)}$,

$$|H''(0)| < C < \infty.$$

Обозначим $V_k = \min(Z_1, Z_2, \dots, Z_k)$. Тогда случайная величина S_n и $\sum_{k=1}^n H(V_k)$ одинаково распределены и имеет место следующая теорема.

Теорема 2. Пусть

1) Для любого $0 < x < \delta$, $p(x) \geq 0$, $p'(0) < C$

2) $|H''(0)| < C < \infty$

Тогда для любого $\lambda \geq 0$

$$Q(S_n; \lambda) \leq C \frac{\lambda}{\sqrt[4]{\log n}}$$

где C – положительная постоянная независимая от n . Эта теорема доказывается с помощью теоремы 1, как в [4].

Литература:

1. Grenander (V) (1965) A limit theorem for sums of minima of stochastic variables. Ann. Math Statist 36. (pp. 1041-1042)
2. Höglund Asymptotic normality of sums of minima of random variables. The Ann. of. Math. Statist. 1972, vol 43, № 1. -pp 351-353.
3. Петров В.В. Суммы независимых случайных величин. -М., Наука, 1972 .
4. Мадрахимов А.Э. Оценки функции концентрации для линейной комбинации порядковых статистик. Изв. АН Узб., Серия физ.-мат.наук, 1981, № 5. -с.12-17.

(Рецензент: А.Уринов – доктор физико-математических наук, профессор).