

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ  
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

---

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

**FarDU.  
ILMIY  
XABARLAR-**

1995 йилдан нашр этилади  
Йилда 6 марта чиқади

1-2019

**НАУЧНЫЙ  
ВЕСТНИК.  
ФерГУ**

Издаётся с 1995 года  
Выходит 6 раз в год

<b>А.Тожалиев</b> Инновацион ривожланиш – жамиятнинг янги тараққиёт босқичида муҳим омил .....	66
<b>АДАБИЁТШУНОСЛИК</b>	
<b>Н.Каримов</b> Исҳоқхон Ибрат: янги маълумотлар.....	69
<b>Ҳ. Худоймуродова</b> “Рўзи Чориевнинг сўнги васияти”да биографик метод.....	74
<b>О.Абобакирова</b> Ўзбек болалар ҳикоячилигининг услубий хусусиятлари .....	77
<b>ТИЛШУНОСЛИК</b>	
<b>М.Ҳакимов, М.Ғозиева</b> Овоз тембрининг функционал хусусиятлари.....	81
<b>Р.Шукуров, Г.Жўрабоева</b> Исҳоқхон Ибратнинг «Фарғона тарихи» асарида водий топонимлари таҳлили .....	87
<b>О.Бегимов</b> Қўшма таркибли оронимларнинг ясалишига доир .....	92
<b>ПЕДАГОГИКА, ПСИХОЛОГИЯ</b>	
<b>Л.Ахмедова</b> Инновацион таълим технологиялари орқали олийгоҳ талабаларини инглиз тилида сўзлашга ўргатиш .....	96
<b>Ж.Жалолов</b> Чет тили ўқитиш мазмунини тайёрлаш ва ўргатиш методикаси (методологик нуқтаи назар).....	101
<b>ИЛМИЙ АХБОРОТ</b>	
<b>А. Ўринов, Г.Собиржонова</b> Функция ҳосиласининг тенгламалар ечишга татбиқи.....	105
<b>Д.Орипов</b> Қаср тартибли оддий дифференциал тенглама учун локал ва нолокал шартли чегаравий масала ҳақида .....	108
<b>Н.Тўхтасинова</b> Псевдоқавариқ соҳалар ва уларнинг хоссалари .....	111
<b>Ф.Исматуллаев, С.Ахмедова</b> Ўзбекистон – Италия ҳамкорлигининг айрим масалалари .....	113
<b>М.Усманов</b> Фуқаролик жамиятининг маданий ва гуманитар жабҳалари.....	115
<b>М. Раджабова</b> Фарғона вилояти шаҳарларида аҳолига тиббий хизмат кўрсатишнинг аҳволи (1917 – 1924 йиллар) .....	118
<b>Б.Бахриддинова</b> Билвосита ва бевосита таржимада реалиялар.....	121
<b>З.Жўраева, Н.Ўсарова, Н.Дўлтаева</b> Салиҳ Бишакчи томонидан Абдурауф Фитрат асарларининг қиёсий таҳлили .....	124
<b>И.Ҳожалиев, И.Аҳмаджонов</b> Термин ва талқин муаммосига доир .....	127
<b>Б.Қурбонова, З.Каримова</b> Ўзбек ва қирғиз тиллари лексикасида макон семали лексемаларнинг ифодаланиши.....	130
<b>Г.Икромова</b> Шароф Бошбеков драмаларининг айрим фонетик хусусиятлари .....	132
<b>ФАНИМИЗ ФИДОЙЛАРИ</b>	
Ўзбек тилшунослигининг фозил сиймоси .....	135
<b>БИБЛИОГРАФИЯ</b>	
Библиография .....	137

УДК: 517.9+517.948.3

## КАСР ТАРТИБЛИ ОДДИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМА УЧУН ЛОКАЛ ВА НОЛОКАЛ ШАРТЛИ ЧЕГАРАВИЙ МАСАЛА ҲАҚИДА

Д.Орипов

**Аннотация**

Мақолада каср тартибли бир оддий дифференциал тенглама учун локал ва нолокал шартли чегаравий масала қўйилган ва бу масаланинг ечими ошкор кўринишда топилган.

**Аннотация**

В статье поставлена краевая задача с локальными и нелокальными условиями для одного обыкновенного дифференциального уравнения дробного порядка, решения поставленной задачи найдены в явном виде.

**Annotation**

Boundary-value problems local and non-local conditions for a fractional ordinary differential equation were set and solutions of these problems were found explicitly.

**Таянч сўз ва иборалар:** каср тартибли ҳосила, каср тартибли оддий дифференциал тенглама, чегаравий масала, Mittag-Leffler функцияси.

**Ключевые слова и выражения:** производная дробного порядка, обыкновенное дифференциальное уравнение дробного порядка, краевая задача, функция Mittag-Leffлера.

**Key words and word expressions:** fractional derivative, fractional ordinary differential equation, boundary-value problem, Mittag-Leffler's function.

Агар тенгламада бир ўзгарувчан номаълум функциянинг каср тартибли ҳосиласи қатнашса, бундай тенглама каср тартибли оддий дифференциал тенглама дейилади. Бутун тартибли оддий дифференциал тенгламаларга ўхшаш каср тартибли оддий дифференциал тенгламалар учун ҳам Коши ва чегаравий масалаларни ўрганиш мумкин [1.42].

Ушбу мақола [2.17] ишнинг давоми бўлиб, унда қуйидаги масала ўрганилган.

**Масала.** Каср тартибли ушбу

$$D_{ax}^{\alpha} y(x) - \lambda y(x) = f(x), \quad a < x < b \quad (1)$$

оддий дифференциал тенгламанинг

$$y^{(m)}(b) + d_m y(b) = q_m, \quad m = \overline{1, i} \quad (2)$$

$$\left[ D_{ax}^{\alpha-j} y(x) \right]_{x=a} = q_j, \quad j = \overline{i+1, n} \quad (3)$$

чегаравий шартларни қаноатлантирувчи ечими топилсин, бу ерда  $\alpha$ ,  $\lambda$ ,  $q_m$ ,  $d_m$ ,  $q_j$  - берилган ҳақиқий сонлар бўлиб,  $0 < \alpha \notin N$ ,  $i, j, m \in N$ ,  $i > 1$ ,  $f(x)$  - берилган функция,  $y = y(x)$  - номаълум функция.

Қуйидаги теорема ўринли.

**Теорема.** Агар  $n-1 < \alpha < n$ ,  $n \in N$ ,  $\Delta \neq 0$ ,  $\lambda \neq 0$ ,  $f(x) \in C_{\gamma}[a, b]$ ,  $0 \leq \gamma < 1$  бўлса, {1-3} чегаравий масаланинг ягона  $y(x) \in C_{n-\alpha}[a, b]$  ечими мавжуд бўлади, бу ерда

$$\Delta = \begin{vmatrix} A_1^{(1)}(\lambda) & A_2^{(1)}(\lambda) & \dots & A_i^{(1)}(\lambda) \\ A_1^{(2)}(\lambda) & A_2^{(2)}(\lambda) & \dots & A_i^{(2)}(\lambda) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_1^{(i)}(\lambda) & A_2^{(i)}(\lambda) & \dots & A_i^{(i)}(\lambda) \end{vmatrix},$$

$$A_k^{(m)}(\lambda) = \sum_{l=0}^{\infty} \lambda^l \frac{(b-a)^{\alpha l + \alpha - k - m - 1}}{\Gamma(\alpha l + \alpha - k - m)} + d_m \sum_{l=0}^{\infty} \lambda^l \frac{(b-a)^{\alpha l + \alpha - k}}{\Gamma(\alpha l + \alpha - k + 1)}.$$

**Исбот.** Бизга маълумки, (1) тенгламининг умумий ечими

$$y(x) = \int_a^x (x-t)^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}[\lambda(x-t)^\alpha] f(t) dt + \sum_{k=1}^n C_k (x-a)^{\alpha-k} E_{\alpha,\alpha-k+1}[\lambda(x-a)^\alpha] \quad (4)$$

кўринишда бўлади, бу ерда  $C_k$  – ихтиёрий сонлар,  $E_{\alpha,\beta}(z)$  - Миттаг-Лефллер функцияси бўлиб,

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{z^l}{\Gamma(\alpha l + \beta)}$$

кўринишда аниқланади,  $\Gamma(z)$  эса Эйлернинг гамма функцияси [1.49].

(1) тенгламининг (4) умумий ечими ва масаланинг (2), (3) шартларидан фойдаланиб,  $C_k, k = \overline{1, n}$  - ихтиёрий сонларни топамиз.

Агар (4) умумий ечим формуласини (3) шартларга қўйсақ,

$$C_{i+1} = q_{i+1}, C_{i+2} = q_{i+2}, \dots, C_n = q_n \quad (5)$$

тенгликлар келиб чиқади.

Энди (4) умумий ечим формуласини (2) шартларга бўйсундирамиз. Натижада қуйидаги алгебраик тенгламалар системасини оламиз:

$$\sum_{k=1}^n C_k \cdot A_k^{(m)}(\lambda) = B^{(m)}(\lambda), \quad m = \overline{1, i}, \quad (6)$$

бу ерда

$$B^{(m)}(\lambda) = q_m - \left[ \sum_{l=0}^{\infty} \lambda^l D_{ax}^{-\alpha l - \alpha + m} f(x) \right]_{x=b} - d_m \left[ \sum_{l=0}^{\infty} \lambda^l D_{ax}^{-\alpha l - \alpha} f(x) \right]_{x=b}.$$

(6) ни қуйидаги кўринишда ёзиб оламиз:

$$A_1^{(m)}(\lambda)C_1 + A_2^{(m)}(\lambda)C_2 + \dots + A_k^{(m)}(\lambda)C_k + \dots + A_n^{(m)}(\lambda)C_n = B^{(m)}(\lambda), \quad m = \overline{1, i} \quad (7).$$

Агар (7) да  $m = 1$  бўлса,  $C_2, C_3, \dots, C_n$  маълум сонлар,  $C_1$  номаълум сон бўлади.

Натижада қуйидаги бир номаълумли тенглама ҳосил бўлади:

$$C_1 \cdot A_1^{(1)}(\lambda) = B^{(1)}(\lambda) - A_2^{(1)}(\lambda)q_2 - \dots - A_k^{(1)}(\lambda)q_k - \dots - A_n^{(1)}(\lambda)q_n.$$

Бу ерда  $\Delta = A_1^{(1)}(\lambda) \neq 0$  бўлганлиги учун  $C_1$  бир қийматли аниқланади.

Агар (7) да  $m = \overline{1, 2}$  бўлса, у ҳолда

$$\begin{cases} A_1^{(1)}(\lambda)C_1 + A_2^{(1)}(\lambda)C_2 = B^{(1)}(\lambda) - A_3^{(1)}(\lambda)q_3 - \dots - A_n^{(1)}(\lambda)q_n \\ A_1^{(2)}(\lambda)C_1 + A_2^{(2)}(\lambda)C_2 = B^{(2)}(\lambda) - A_3^{(2)}(\lambda)q_3 - \dots - A_n^{(2)}(\lambda)q_n \end{cases}$$

тенгламалар системаси ҳосил бўлади.

Бу тенгламалар системасидан

$$\Delta = \begin{vmatrix} A_1^{(1)}(\lambda) & A_2^{(1)}(\lambda) \\ A_1^{(2)}(\lambda) & A_2^{(2)}(\lambda) \end{vmatrix} \neq 0$$

бўлганлиги учун  $C_1$  ва  $C_2$  бир қийматли топилади.

Шунга ўхшаш  $m = \overline{1, i}$  бўлса,

$$\begin{cases} A_1^{(1)}(\lambda)C_1 + A_2^{(1)}(\lambda)C_2 + \dots + A_i^{(1)}(\lambda)C_i = B^{(1)}(\lambda) - A_{i+1}^{(1)}(\lambda)q_{i+1} - \dots - A_n^{(1)}(\lambda)q_n \\ A_1^{(2)}(\lambda)C_1 + A_2^{(2)}(\lambda)C_2 + \dots + A_i^{(2)}(\lambda)C_i = B^{(2)}(\lambda) - A_{i+1}^{(2)}(\lambda)q_{i+1} - \dots - A_n^{(2)}(\lambda)q_n \\ \dots \\ A_1^{(i)}(\lambda)C_1 + A_2^{(i)}(\lambda)C_2 + \dots + A_i^{(i)}(\lambda)C_i = B^{(i)}(\lambda) - A_{i+1}^{(i)}(\lambda)q_{i+1} - \dots - A_n^{(i)}(\lambda)q_n \end{cases} \quad (8)$$

тенгламалар системаси ҳосил бўлади.

(8) тенгламалар системасининг асосий детерминанти  $\Delta$  дан иборат бўлиб, у теорема шартига асосан нолдан фарқли. Шунинг учун (8) система ягона ечимга эга. (8) алгебраик тенгламалар системасидан  $C_k$  ларни бир қийматли топиб, сўнгра топилган  $C_k$ ,  $k = \overline{1, i}$  ларни (4) формулага қўйсақ, ўрганилаётган масала ечимига эга бўламиз. Теорема исбот бўлди.

**Адабиётлар:**

1. Килбас. А.А. Теория и приложения дифференциальных уравнений дробного порядка. – Самара.  
Курс лекций, 2009.

2. Орипов. Д.Д. Қаср тартибли бир оддий дифференциал тенглама учун локал ва нолакал масалалар // “FarDU. Ilmiy xabarlar – Научный вестник ФерГУ” журналы. -2018, №6.

*(Тақризчи: А. Ўринов – физика-математика фанлари доктори, профессор).*