ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

FarDU. ILMIY XABARLAR-

1995 йилдан нашр этилади
Йилда 6 марта чиқади

1-2019

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК. ФерГУ

Издаётся с 1995 года
Выходит 6 раз в год

УДК: 51+512.2

ФУНКЦИЯ ҲОСИЛАСИНИНГ ТЕНГЛАМАЛАР ЕЧИШГА ТАТБИҚИ

А. Ўринов, Г.Собиржонова

Аннотация

Мақолада турли хил нoстандарт тенгламалар ечимини функциянинг ҳосиласи ёрдамида тақрибий топиш усули баён қилинган.

Аннотация

В данной статье описывается метод нахождения различных нестандартных уравнений с использованием производной функции.

Annotation

In this article explaining method of finding an approximate answer of different non-standart equations with derivative of a function.

***Таянч сўз ва иборалар**:* нoстандарт тенглама, функция ҳосиласи, функция лимити.

Ключевые слова и выражения: нестандартное уравнение, производная функции, лимит функции.

Key words and exspressions:non-standart equation, derivative of function, limit of function.

Бизга қандайдир $f(x)=0$ кўринишидаги нoстандарт тенглама $[a,b]$ кесмада берилган бўлсин. Бу тенгламанинг $[a,b]$ кесмадаги (агар у мавжуд бўлса) ечимини ε аниқликда топиш талаб этилган бўлсин.

Аввало, $f(x)$ функция $[a,b]$ кесмада Бальцано-Кошининг 1-теоремаси шартларини бажариш ёки бажармаслигини текширамиз.

Бальцано-Кошининг 1-теоремаси. Агар $f(x)$ функция $[a,b]$ кесмада аниқланган ва узлуксиз бўлиб, оралиқнинг четки нуқларида турли ишорали қийматга эга бўлса, у ҳолда шундай $c\in(a,b)$ нуқта мавжудки, $f(c)=0$ бўлади.

Демак, агар $f(x)$ функция теорема шартларини бажарса, $[a,b]$ кесмада $f(x)=0$ тенгламанинг ечими мавжуд бўлади.

Айтайлик, $[a,b]$кесмада $f(x)=0$ тенгламанинг илдизи мавжуд бўлсин. Яъни, шундай $x\in[a,b]$ мавжуд бўлсинки, $f(x)=0$ тенглик ўринли бўлсин. Шунингдек $x=a+\Delta x$ бўлсин. У ҳолда $f(a+\Delta x)=0$ тенглик ўринли бўлади. Агар

$$f(x_0+\Delta x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot\Delta x$$

тенгликни эътиборга олсак,

$$f(a+\Delta x)\approx f(a)+f'(a)\cdot\Delta x\approx 0$$

тенглик, яъни $\Delta x\approx-\dfrac{f(a)}{f'(a)}$ тенглик ҳосил бўлади. Бундан $\Delta x=a-x$ тенгликни эътиборга олсак,

$$x-a\approx-\frac{f(a)}{f'(a)},\qquad x\approx a-\frac{f(a)}{f'(a)}$$

тенгликлар ҳосил бўлади.

Агар $\left|-\dfrac{f(a)}{f'(a)}\right|<\varepsilon$ тенглик бажарилса тенгламанинг ечими ε аниқликда тақрибий топилган бўлади.

Айтайлик, бу тенгсизлик бажарилмасин, у ҳолда $a-\dfrac{f(a)}{f'(a)}$ ни x_1 билан белгилаймиз ва тенгламани $[x_1,b]$ оралиқда қараймиз. Тенгламанинг илдизини $x=x_1+\Delta x$ деб белгилаб, $x\approx x_1-\dfrac{f(x_1)}{f'(x_1)}$ ни ҳисоблаймиз. Уни x_2 деб белгиласак ва $|x_2-x_1|<\varepsilon$ бўлса $x_1+\Delta x$ илдиз бўлади.

Шу тарзда давом этиб чекли қадамдан сўнг $|x_n-x_{n-1}|<\varepsilon$ тенгсизлик бажарилади ва x_n берилган тенгламанинг ε атрофидаги тақрибий ечими деб қабул қилинади.

***А.Ўринов –** ФарДУ, физика-математика фанлари доктори, профессор.*

***Г.Собиржонова –** ФарДУ* Физика-математика факультети МЎМ йўналиши талабаси.

1-мисол. $f\left(x\right)=x^3-3x-6$ тенгламани $\left[2;3\right]$ оралиқда ягона ечими мавжудлигини исботланг ва уни 0.001 аниқликда топинг.

Ечиш. $f\left(x\right)=x^3-3x-6$ функция $\left[2;3\right]$ оралиқда аниқланган, узлуксиз ва $f\left(2\right)=-4<0$, $f\left(3\right)=12>0$. Иккинчи томондан $\forall x=\left(2;3\right)$ учун $f'\left(x\right)=3\left(x^2-1\right)>0$, яъни функция ўсувчи. Шунинг учун $\left[2;3\right]$ оралиқда $x^3-3x-6=0$ тенглама ягона ечимга эга. Энди $x=2+\Delta x$ деб, шундай Δx топамизки, $f\left(x\right)=f\left(2+\Delta x\right)=0$ бўлсин. Етарли кичик Δx учун

$$f\left(2+\Delta x\right)=f\left(2\right)+\Delta f\left(2\right)\approx f\left(2\right)+f'\left(2\right)\cdot\Delta x.$$

У ҳолда $f\left(2\right)+f'\left(2\right)\cdot\Delta x\approx 0$ тенгламага келамиз. Бундан $\Delta x\approx-\dfrac{f\left(2\right)}{f'\left(2\right)}$ ни топиб, ечим учун $x=2+\Delta x\approx 2-\dfrac{f\left(2\right)}{f'\left(2\right)}$ тенгликни топамиз. Охиргидан $f\left(2\right)=-4$, $f'\left(2\right)=\left(3x^2-3\right)\Big|_{x=2}=9$ эканлигини эътиборга олиб, $x\approx x_1=2-\dfrac{-4}{9}=2.4$ ни топамиз. Худди шу каби мулоҳаза юритиб ечимни топамиз:

$$x_2=2.4-\frac{f\left(2.4\right)}{f'\left(2.4\right)}=2.4-\frac{0.62}{14,28}\approx 2.360,\left|x_2-x_1\right|=0.40>0.001;$$

$$x_3=2.360-\frac{f\left(2.360\right)}{f'\left(2.360\right)}\approx 2.356,\left|x_3-x_2\right|=0.004>0.001;$$

$$x_4=2.356-\frac{f\left(2.356\right)}{f'\left(2.356\right)}\approx 2.356,\left|x_4-x_3\right|=0.000<0.001.$$

Демак, 2.356 сони тенгламанинг 0.001 аниқликдаги ечими.

2-мисол. $f\left(x\right)=x^3+x^2-5$ тенгламанинг $\left[a;b\right]$ оралиқдаги ечимини ҳосила ёрдамида ε аниқликда ҳисобланг $\left(a=1,\ b=2,\ \varepsilon=0.01\right)$.

Ечиш. $f\left(x\right)=x^3+x^2-5$ функция $\left[1;2\right]$ оралиқда аниқланган, узлуксиз ва $f\left(1\right)=-3<0$, $f\left(2\right)=7>0$. Иккинчи томондан $\forall x\in\left(1;2\right)$ учун $f'\left(x\right)=3x^2+2x>0$, яъни функция ўсувчи. Шунинг учун $\left[1;2\right]$ оралиқда $x^3+x^2-5=0$ тенглама ягона ечимга эга.

Энди, $x=1+\Delta x$ деб олиб, шундай Δx топамизки, $f\left(x\right)=f\left(1+\Delta x\right)=0$ бўлсин. Етарли кичик Δx учун

$$f\left(1+\Delta x\right)=f\left(1\right)+\Delta f\left(1\right)\approx f\left(1\right)+f'\left(1\right)\cdot\Delta x.$$

У ҳолда $f\left(1\right)+f'\left(1\right)\cdot\Delta x\approx 0$ тенгламага келамиз. Бундан $\Delta x\approx-\dfrac{f\left(1\right)}{f'(1)}$ ни топиб, ечим учун $x=1+\Delta x\approx 1-\dfrac{f\left(1\right)}{f'(1)}$ тенгликни топамиз.

$$x \approx x_1 = 1 - \frac{f(1)}{f'(1)} = 1 - \frac{-3}{5} = 1.6,$$

$$x_2 = 1.6 - \frac{f(1.6)}{f'(1.6)} = 1.6 - \frac{1.656}{10.88} = 1.45, |x_2 - x_1| = 0.15 > 0.01;$$

$$x_3 = 1.45 - \frac{f(1.45)}{f'(1.45)} = 1.45 - \frac{0.151}{9.208} = 1.43, |x_3 - x_2| = 0.016 > 0.01;$$

$$x_4 = 1.43 - \frac{f(1.43)}{f'(1.43)} = 1.43 - \frac{-0.03}{8.99} = 1.43, |x_4 - x_3| = 0.00 < 0.01.$$

Демак, 1.43 сони тенгламанинг 0.01 аниқликдаги ечими.

3-мисол. $f(x) = x - \sqrt{2-x} + 1$ тенгламанинг $[a;b]$ оралиқдаги ечимини ҳосила ёрдамида ε аниқликда ҳисобланг $(a = 0,\ b = 1,\ \varepsilon = 0.01)$.

Ечиш. $f(x) = x - \sqrt{2-x} + 1$ функция $[0;1]$ оралиқда аниқланган, узлуксиз ва $f(0) = -0.4 < 0$, $f(1) = 0 \geq 0$. Иккинчи томондан $\forall x \in (0;1)$ учун $f'(x) = 1 + \dfrac{1}{2\sqrt{2-x}} > 0 \ \ (2 - x > 0, x < 2)$ яъни функция ўсувчи. Шунинг учун $[0;1]$ оралиқда $x - \sqrt{2-x} + 1 = 0$ тенглама ягона ечимга эга.

Энди, $x = 0 + \Delta x$ деб олиб, шундай Δx топамизки , $f(x) = f(0 + \Delta x) = 0$ бўлсин. Етарли кичик Δx учун

$$f(0 + \Delta x) = f(0) + \Delta f(0) \approx f(0) + f'(0) \cdot \Delta x.$$

У ҳолда $f(0) + f'(0) \cdot \Delta x \approx 0$ тенгламага келамиз. Бундан $\Delta x \approx -\dfrac{f(0)}{f'(0)}$ ни топиб, ечим учун $x = 0 + \Delta x \approx -\dfrac{f(0)}{f'(0)}$ тенгликни топамиз:

$$x \approx x_1 = -\frac{f(0)}{f'(0)} = -\frac{-0.4}{1.36} = 0.29,$$

$$x_2 = 0.29 - \frac{f(0.29)}{f'(0.29)} = 0.29 - \frac{-0.02}{1.38} = 0.30, |x_2 - x_1| = 0.014 > 0.01;$$

$$x_3 = 0.30 - \frac{f(0.30)}{f'(0.30)} = 0.30 - \frac{-0}{1.38} = 0.30, |x_3 - x_2| = 0.00 < 0.01.$$

Демак, 0.30 сони тенгламанинг 0.01 аниқликдаги ечими.

Адабиётлар

1. Ўринов А. Қ., Асимов А. Тенглама ва тенгсизликларни математик анализ методлари билан ечиш ва исботлаш бўйича методик кўрсатма. -Фарғона , 1990.
2. Шоҳамидов Ш. Ш. Амалий математика унсурлари. –Т., 2004.