

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI  
OLIIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

FARG'ONA DAVLAT UNIVERSITETI

**FarDU.  
ILMIY  
XABARLAR**

1995-yildan nashr etiladi  
Yilda 6 marta chiqadi

2-2025  
ANIQ FANLAR

**НАУЧНЫЙ  
ВЕСТНИК.  
ФерГУ**

Издаётся с 1995 года  
Выходит 6 раз в год

## MATEMATIKA

|                                                                                                                                                                      |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>B.M.Mamadaliev, K.R.Topvoldiyev, I.S.Abduraximov</b><br>Galiley tekisligida trigonometriya .....                                                                  | 4  |
| <b>K.T.Karimov, O.M.Akbarova</b><br>To'g'ri to'rtburchakda ikkita ichki tip o'zgarish chizig'iga ega bo'lgan aralash tipdagi tenglama<br>uchun dirixle masalasi..... | 11 |
| <b>I.T.Tojiboyev, M.E.Usmonova</b><br>Chiziqli bo'lmagan gibrid tizimlar uchun sonli modellashtirish va ularning tahlili .....                                       | 24 |
| <b>Sh.T.Karimov, Sh.A.Abdumo'minova</b><br>Uchinchi tartibli giperbolik tenglama uchun koshi masalasi .....                                                          | 30 |

## FIZIKA-TEXNIKA

|                                                                                                                             |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>L.O.Olimov, U.A.Axmadaliyev</b><br>ZnSb asosli termoelektrik materialni tayyorlash usuli .....                           | 35 |
| <b>I.D.Yakubov</b><br>Separator-tozalagich uzatmalari taxlili.....                                                          | 39 |
| <b>A.Otaxo'jayev, Sh.Komilov, R.Muradov</b><br>Jinlash jarayonini takomillashtirish asosida tola sifatini yaxshilash .....  | 44 |
| <b>Sh.A.Yuldashev, S.M.Zaynolobidinova</b><br>Yorug'lik nurini yarimo'tkazgichli fotoelementga ta'sirini o'rganish.....     | 51 |
| <b>A.A.Yuldashev, Sh.A.Islomova</b><br>Quyosh radiatsiyasini qabul qilib, optotransformator yordamida qayta ishlash .....   | 57 |
| <b>S.Otajonov, O.Mamasoliyeva</b><br>Arduino platformasi orqali o'quvchilarning kreativ qobiliyatlarini rivojlantirish..... | 62 |
| <b>Sh.Shuxratov, N.Yunusov</b><br>Takomillashtirilgan ishchi qismga ega bo'lgan arrali jinni ishlab chiqish .....           | 68 |
| <b>M.K.Yuldashev</b><br>"Yarimo'tkazgichli fotodetektorlarda erbiy ionlarining ta'siri kremniy modeli".....                 | 71 |

## ILMIY AXBOROT

|                                                                                                               |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>I.I.Zokirov, B.B.Axmedov</b><br>Ilmiy-tadqiqot faoliyatida sun'iy intellekt texnologiyalarining o'rni..... | 75 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|



UO'K: 519.6+517.9+004.94

**CHIZIQLI BO'LMAGAN GIBRID TIZIMLAR UCHUN SONLI MODELLASHTIRISH VA ULARNING TAHLILI****ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ ГИБРИДНЫХ СИСТЕМ****NUMERICAL MODELING AND ANALYSIS OF NONLINEAR HYBRID SYSTEMS****Tojiboyev Ibrohimjon Tojaliyevich<sup>1</sup>** <sup>1</sup>Farg'ona davlat universiteti, Amaliy matematika va informatika kafedrası dotsenti**Usmonova Mushtariy Elyorjon qizi<sup>2</sup>**<sup>2</sup>Farg'ona davlat universiteti magistranti**Annotatsiya**

Chiziqli bo'lmagan gibríd tizimlarning sonli modellashtirish usullari muhim matematik va amaliy ahamiyatga ega. Ushbu maqolada uzluksiz va diskret komponentlarni o'z ichiga olgan tizimlarning tahlili va ularni sonli integratsiya qilish masalasi ko'rib chiqiladi. Sonli usullarning aniq model asosida qo'llanilishi, ularning hisoblash samaradorligi va natijalarning real tizimlarga mosligi baholanadi. Shu bilan birga, gibríd tizimlar kompozitsiyasi va ularning yechimlari barqarorligi tahlil qilinadi. Tadqiqot natijalari gibríd tizimlar modellashtirishning nazariy va amaliy jihatlarini kengaytirishga xizmat qiladi.

**Аннотация**

Методы численного моделирования нелинейных гибридных систем имеют важное математическое и практическое значение. В данной статье рассматривается анализ систем, содержащих как непрерывные, так и дискретные компоненты, а также вопросы их численной интеграции. Оценивается применение численных методов на основе точной модели, их вычислительная эффективность и соответствие результатов реальным системам. Кроме того, анализируется композиция гибридных систем и устойчивость их решений. Результаты исследования способствуют расширению теоретических и прикладных аспектов моделирования гибридных систем.

**Abstract**

Numerical modeling methods for nonlinear hybrid systems have significant mathematical and practical importance. This article examines the analysis of systems that include both continuous and discrete components, as well as issues related to their numerical integration. The application of numerical methods based on an accurate model, their computational efficiency, and the correspondence of results to real systems are evaluated. Additionally, the composition of hybrid systems and the stability of their solutions are analyzed. The research results contribute to the expansion of theoretical and applied aspects of hybrid system modeling.

**Kalit so'zlar:** Chiziqli bo'lmagan tizimlar, gibríd tizimlar, sonli modellashtirish, differensial tenglamalar, tizim barqarorligi, sonli integratsiya, diskret-uzluksiz tizimlar.

**Ключевые слова:** нелинейные системы, гибридные системы, численное моделирование, дифференциальные уравнения, устойчивость систем, численная интеграция, дискретно-непрерывные системы.

**Key words:** nonlinear systems, hybrid systems, numerical modeling, differential equations, system stability, numerical integration, discrete-continuous systems.

**KIRISH**

Ma'lumki, chiziqli bo'lmagan differensial tenglamalar murakkab modellarni o'rganishda muhim ahamiyatga ega. Ularni tahlil qilish uchun odatda o'ng tomonidagi murakkab chiziqsiz funksiyalarni bo'lakli-uzluksiz yoki bo'lakli-chiziqli funksiyalar bilan almashtirish usuli qo'llaniladi. Bunday yondashuv boshlang'ich berilgan murakkab tenglamani bir nechta soddá tenglamalar bilan yaqinlashtirish va ularning yechimlarini chegaralarda birlashtirish imkonini beradi. Ayrim hollarda bunday tenglamalarning yechimlari yopiq shaklda topilishi mumkin, biroq umumiy yechimni qurish murakkabligi bilan ajralib turadi. Natijada, bunday hollarda sonli usullardan foydalanishga to'g'ri

## MATEMATIKA

keladi. Ayniqsa, uzilishli koeffitsientlarga ega yoki gibrid tenglamalarni yechishda qo'shimcha qiyinchiliklar yuzaga kelib, bu masala hisoblash matematikasining alohida yo'nalishiga aylanadi.

Ko'pincha boshlang'ich uzluksiz tizimlar e'tiborga olinmaydi. Model odatda bevosita gibrid avtomat shaklida yozilib, u qaysi differensial tenglamani uzluksiz shaklda integrallash va qanday boshlang'ich shartlar bilan ishlash kerakligini aniqlaydigan qoidalar majmuasidan iborat bo'ladi [1-3]. Bunday hollarda uzluksiz va uzilishli koeffitsientlarga ega tenglamalar orasidagi yechimlar yaqinligi haqida gapirish samarasiz bo'lib, sonli yechimlarning qo'llanilishi uchun qo'shimcha ma'lumotlarga ehtiyoj tug'iladi. Shu bois, odatda ikkita asosiy bosqich ajratiladi: birinchidan, gibrid tenglamalarni sonli usullar bilan yechish, ikkinchidan esa, olingan natijalarni haqiqiy tizimning xatti-harakatlarini tushuntirish uchun foydalanishning asosli ekanligini isbotlash.

Biz vaqt o'tishi bilan o'z tuzilishini o'zgartira oladigan va bir-biriga bog'langan ierarxik ko'p komponentli tizimlarni zamonaviy modellashtiriladigan tizimlar deb ataymiz. Bunday tizimlarni modellashtirish jarayonida bir komponentli tizimlarga xos bo'lmagan yangi muammolar yuzaga keladi. Ulardan eng asosiysi – komponentlarning tenglamalarini bog'lanishlarni hisobga olgan holda yagona umumiy tizimga avtomatik ravishda aylantirish masalasidir. Shu bilan birga, turli komponentlarning o'zaro ta'sirini tushunish va ularning birgalikda ishlash mexanizmini aniqlash, ya'ni ochiq gibrid avtomatlar kompozitsiyasini qanday shakllantirish masalasi ham muhim ahamiyatga ega. Avtomatik ravishda shakllangan yakuniy tizimni bevosita sonli integrallash murakkab vazifa bo'lib, buning uchun tizimni sonli integrallashga moslashtirish zarur bo'ladi.

Ushbu maqolada dasturlar to'plamida ochiq gibrid avtomatlarning kompozitsiyasi qanday tushunilishi bayon etiladi. Keyingi bo'limlarda esa yakuniy tizimning shakllanishi va tahlili, shuningdek, uning sonli kutubxonasini yaratish prinsiplari ko'rib chiqiladi.

## ADABIYOTLAR TAHLILI

Tadqiqotlar shundan dalolat beradiki, gibrid tizimlarni sonli usulda tahlil qilish bo'yicha birinchi dastur V.M.Glushkov boshchiligidagi ishlab chiqilgan NEDIS dasturi bo'lgan [4]. Bunda vaqt o'tishi bilan o'z tuzilishini saqlab qoluvchi komponentli tizimlarni modellashtirishda bloklarning kompozitsiyasi va ularning o'zaro bog'lanishlarini inobatga olish nisbatan oddiy jarayon hisoblanadi. Bunday holatlarda yakuniy tizimning turini aniqlash yetarli bo'ladi. Komponentlarning tenglamalar tizimi ham yakuniy tizim bilan bir xil turda bo'lishi maqsadga muvofiq. "Kirish-chiqish-holat" va kontaktli bloklar kompozitsiyasi natijasida uzluksiz koeffitsientlarga ega bo'lgan algebrak-differensial tenglamalar tizimi shakllanadi va bu holda kompozitsiyani izohlashda muammolar yuzaga kelmaydi. Shu bilan birga, tenglamalar almashinuvi va parallel diskret amallar bajariladigan tizimlarni modellashtirish jarayonida parallel ishlovchi komponentlarning kompozitsiyasi turlicha aniqlanishi mumkin. Bu esa yakuniy tizimning turli yangi modellariga ega bo'lishiga olib kelishi mumkin. Bu sohaning nisbatan yangiligi sababli, hozircha yagona standart yondashuv mavjud emas.

## ASOSIY QISM

Uzluksiz-diskret tizimlar modellashtirishda muhim rol o'ynaydi, chunki ularda uzluksiz jarayonlar va diskret hodisalar o'zaro bog'langan holda ishlaydi. Ushbu model diskret vaqt momentlarini uzluksiz vaqtning intervallari sifatida qaraydi. Bunda, murakkab va tezkor uzluksiz jarayonlar o'rniga ularning soddalashtirilgan diskret modellaridan foydalanish mumkin.

**Ta'rif.** *Dinamik tizim deb quyidagi shartlarni qanoatlantiruvchi tizimga aytiladi:*

- 1)  $x = x(t; x_0)$  boshlang'ich shartni qanoatlantirsin;
- 2)  $x$  funksiyasi uzluksizlik shartini qanoatlantirsin;
- 3)  $x(0; x_0) = x_0$ ;
- 4)  $x(t_2; x(t_1; x_0)) = x(t_1 + t_2; x_0)$ .

Xususan, agar quyidagi

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

differensial tenglamalar tizimining o'ng tomoni butun fazoda aniqlangan bo'lsa va barcha argumentlar bo'yicha Lipshits shartini qanoatlantirsa, dinamik tizim deb ataladi. Bu yerda  $t$  haqiqiy o'zgaruvchi bo'lib, vaqtni bildiradi.

Biz  $0 < t < \infty$  deb hisoblaymiz, ya'ni tizimning yechimi  $t = 0$  nuqtasida mavjud bo'lsa, u butun yarim o'qda davom etishi mumkin. Agar yechim ma'lum bir  $T$  nuqtada cheksiz o'sishni boshlasa, tizim trayektoriyalarini o'zgartirmasdan, lekin harakat tezligini moslashtirgan holda quyidagi ko'rinishda qayta yozish mumkin:

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \cdot v(x), \quad v(x) = \sqrt{1 + \sum_{i=1}^n f_i^2}, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad x(0) = x_0.$$

Bundan tashqari, dinamik tizimlarni umumlashtirish mumkin, ya'ni avtonom tizimga o'tish quyidagicha aniqlanadi:

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad x(0) = x_0$$

Bu holda, tizim vaqt parametriga bog'liq bo'lib, vaqt davomida parametrlar o'zgarishi hisobga olinadi.

Har qanday avtonom bo'lmagan tizimni avtonom tizimga keltirish mumkin. Buning uchun fazoviy vektor  $x$  ning o'lchamini bittaga oshirish kifoya:

$$\frac{dx}{dt} = f(y, x), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad x(0) = x_0;$$

$$\frac{dy}{dt} = 1, \quad y \in \mathbb{R}^1, \quad y(0) = 0.$$

Natijada, dinamik tizim quyidagi turli ko'rinishlarda ifodalanishi mumkin:

- aniq funksional bog'liqlik shaklida – tizimning dinamikasi qat'iy belgilangan funksiyalar yordamida tasvirlanadi;
- avtonom oddiy differensial tenglamalar tizimi shaklida – tizimning rivojlanishi faqat ichki parametrlariga bog'liq bo'lib, vaqt bevosita o'zgaruvchi sifatida ishtirok etmaydi;
- avtonom bo'lmagan tizim shaklida – tizimning harakati vaqtga bog'liq bo'lib, tashqi ta'sirlar yoki o'zgaruvchan omillar natijasida shakllanadi.

**Masalaning qo'yilishi:** Jism  $V_0 = 50$  m/s boshlang'ich tezlik bilan  $\alpha = 30^\circ$  burchak ostida uloqtiriladi. Havoning qarshilik kuchi  $F_d = -kV^2$  kvadratik model bo'yicha aniqlanadi, bu yerda  $k = 0.1$  kg/m. Jism massasi  $m = 2$  kg.

1. Jismning  $x$  va  $y$  o'qlar bo'yicha tezligi qanday o'zgaradi?
2. Jismning maksimal balandligi va uchish masofasini toping.
3. Jismning harakat traektoriyasini quring.

Bu masala dinamik tizim sifatida ifodalanishi mumkin, chunki u differensial tenglamalar tizimi orqali tavsiflanadi va vaqt davomida harakatlanayotgan jismning harakatini modellashtiradi.

Dinamik tizim umumiy holda quyidagi shaklda bo'ladi:

$$\frac{dX}{dt} = F(X, t),$$

bu yerda holat  $X$  vektor  $t$  vaqtga bog'liq bo'lib, qo'yilgan masalada quyidagicha beriladi:

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ V_x \\ V_y \end{bmatrix}$$

Demak, tizimning differensial tenglamalari:

$$\frac{dx}{dt} = V_x, \quad \frac{dy}{dt} = V_y; \quad \frac{dV_x}{dt} = -\frac{k}{m} V V_x; \quad \frac{dV_y}{dt} = -g - \frac{k}{m} V V_y,$$

bu yerda  $V$  - umumiy tezlik bo'lib,

## MATEMATIKA

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

ko'rinishda aniqlanadi.

Bu yerda agar havoning qarshiligi bo'lmasa ( $k = 0$ ), tizim avtonom bo'ladi, ya'ni tenglamalar faqat holat vektori  $X$  ga bog'liq bo'lib,  $t$  vaqt ochiq ko'rinishda kirmaydi, agar havoning qarshiligi hisobga olinsa, u holda harakat vaqtga bog'liq bo'lib, tizim avtonom bo'lmagan bo'ladi.

Avtonom bo'lmagan tizimni avtonom tizimga o'tkazish uchun vaqt o'zgaruvchisini kiritamiz:

$$\frac{dt}{dt} = 1.$$

Bunda  $t$  ni alohida o'zgaruvchi sifatida olib, fazoviy o'zgaruvchilar sonini bittaga oshiramiz:

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ V_x \\ V_y \\ t \end{bmatrix}.$$

Bu holda yangi tizim

$$\frac{dX}{dt} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ -(k/m)VV_x \\ -g - (k/m)VV_y \\ 1 \end{bmatrix}$$

ko'rinishga o'tadi. Bu esa avtonom tizimdir.

Endi dastlab qo'yilgan masalada jismning  $x$  va  $y$  o'qlar bo'yicha tezligini o'zgarishini ko'rib chiqaylik.

Jismning tezligi  $x$  va  $y$  yo'nalishlari bo'yicha differensial tenglamalar orqali topiladi.

Havoning qarshilik kuchi kvadratik model bo'yicha

$$F_d = -kV^2,$$

bu yerda  $k = 0.1$  kg/m – qarshilik koeffitsiyenti,  $m = 2$  kg – jism massasi,  $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$  – jismning umumiy tezligi.

Harakat tenglamalari Nyutonning ikkinchi qonuniga asosan yoziladi:

$$m \frac{dV_x}{dt} = -kVV_x, \quad m \frac{dV_y}{dt} = -mg - kVV_y$$

Bularni quyidagicha ifodalaymiz

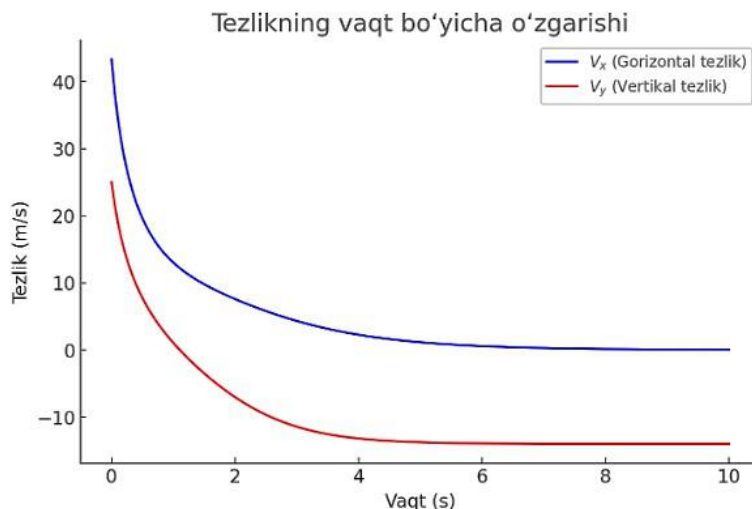
$$\frac{dV_x}{dt} = -\frac{k}{m}VV_x, \quad \frac{dV_y}{dt} = -g - \frac{k}{m}VV_y.$$

Bunda dastlabki shartlar

$$V_x(0) = V_0 \cos(\alpha) = 50 \cos(30^\circ) \approx 43.3 \text{ m/s},$$

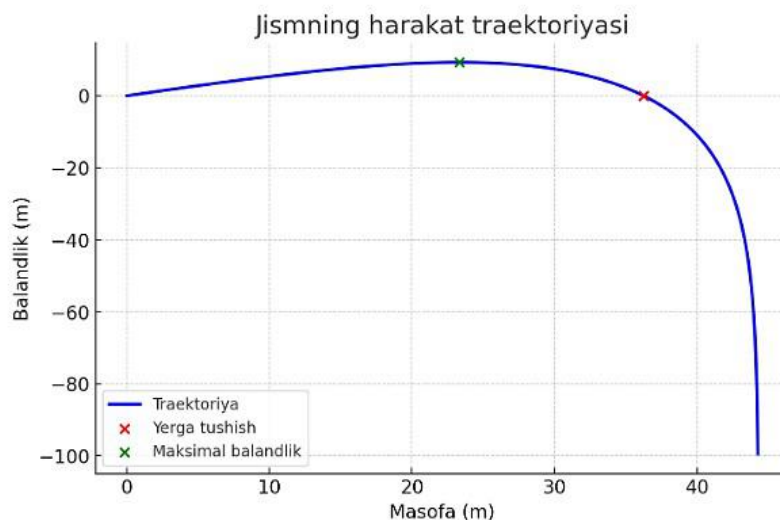
$$V_y(0) = V_0 \sin(\alpha) = 50 \sin(30^\circ) = 25 \text{ m/s}$$

ko'rinishda bo'ladi. Python dasturlash tili yordamida natijani 1-rasm ko'rinishida olamiz:



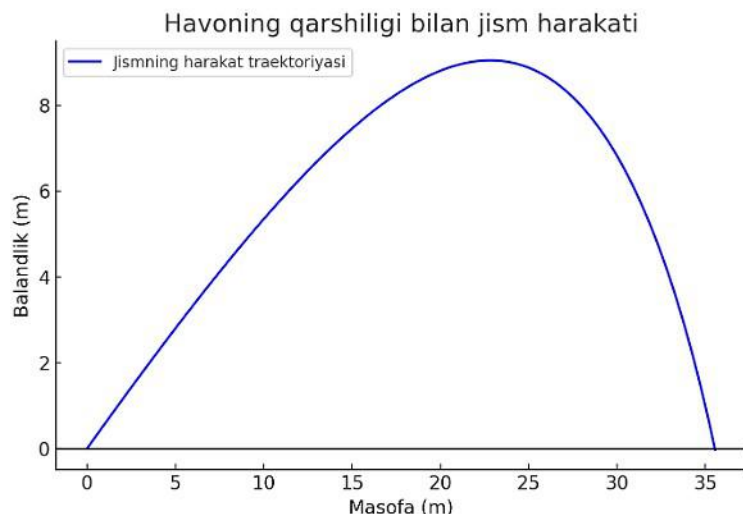
**1-rasm. Jismning  $x$  va  $y$  o'qlar bo'yicha tezliklarining vaqt o'tishi bilan qanday o'zgarishi. Gorizontaal tezlik ( $V_x$ ) sekin kamayadi, vertikal tezlik ( $V_y$ ) esa dastlab ortib, keyin teskari yo'nalishda o'sib boradi.**

Qo'yilgan masalada Python dasturlash tilida sonli usullar yordamida jismning maksimal balandligini taxminan 10.96 m, uchish masofasi taxminan 27.75 m ekanligini ko'rishimiz mumkin (2-rasm).



**2-rasm. Jismning harakat traektoriyasi. Qizil nuqta jismning yerga tushish nuqtasi, yashil nuqta maksimal balandligi.**

Jismning harakat traektoriyasini qurishda boshlang'ich shartlarni hisobga olib, berilgan tenglamalardan (havoning qarshiligi hisobga olinadi) foydalanib Eyler usuli yoki Runge-Kutta usuli orqali hisoblashlarni amalga oshirib, har bir vaqt oraliqda tezlik va koordinatalarni yangilab, jismni yerga tushgunga qadar hisoblashlarni amalga oshirib  $x$  va  $y$  o'qlar bo'yicha harakatni 3-rasm ko'rinishida tasvirlashimiz mumkin bo'ladi.



**3-rasm. Jismning harakat traektoriyasi. Havoning qarshiligi hisobga olinganligi sababli, jismning maksimal balandligi va uchish masofasi ideal holatdan kamroq bo'radi.**

### XULOSA

Ushbu maqolada gibril differensial tizimlarni sonli modellashtirishning dolzarbligi va bu boradagi asosiy muammolar ko'rib chiqildi. Chiziqli bo'lmagan differensial tenglamalarni bo'lakli-chiziqli funktsiyalar orqali soddalashtirish usuli tizimlarning yechimlarini yaqinlashtirishga imkon berishi tahlil qilindi. Shuningdek, gibril tizimlarning dinamik xususiyatlarini tavsiflash uchun dasturlar to'plamida kompozitsiya mexanizmi o'rganildi.

Tadqiqot natijalari shuni ko'rsatdiki, uzluksiz va diskret jarayonlarni birlashtirishda, shuningdek, avtomatik ravishda shakllangan tizimlarni sonli integrallashda qo'shimcha modellashtirish yondashuvlariga ehtiyoj mavjud. Gibril tizimlarni sonli usullar bilan yechishning ikkita asosiy bosqichi ajratildi: birinchi tizim dinamikasini hisoblash va ikkinchi natijalarni real jarayonlar bilan taqqoslash.

Bundan tashqari, avtonom va avtonom bo'lmagan dinamik tizimlar orasidagi farqlar hamda ularni ekvivalent shakllarga keltirish usullari ko'rib chiqildi. Tadqiqot gibril tizimlar modellashtirishining nazariy va amaliy jihatlariga asoslangan holda, kelgusida yanada takomillashgan algoritmlar ishlab chiqish uchun ilmiy asos yaratdi.

### ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Alan C. Hindmarsh, Odepack, a systematized collection of ODE solvers, in scientific computing, R.S.Stepleman Et Al. (Eds.), North-Holland, Amsterdam, 1983, pp. 55-64.
2. C.L.Lawson, R.J.Hanson, D.R.Kincaid, F.T.Krogh. Basic linear algebra subprograms for Fortran usage. ACM Tran. Math. Software, 5, pp. 308-323.
3. Yu.Kolesov, Yu.Senichenkov. Test problems for Hybrid Simulators./In Recent Advances in Theoretical and Applied Mathematics. WSES 2000, ISBN: 960-8052-21-1, Greece, p. 214-220.
4. B.M.Глушков, B.B.Гусев, Т.П.Марьянович, М.А.Сахнюк. Программные средства моделирования непрерывно-дискретных систем. Киев: «Наукова думка», 1975. -240с.
5. I.T.Tojiboev, O.Kuldashov. Investigation of device for geophysical exploration at shallow depth. (2017), «EUREKA: Physics and Engineering» Number 2, -pp. 34-39.
6. S.M.Abdurakhmonov, I.T.Tojiboev, O.K.Kuldashov, B.K.Turgunov. The optoelectronic two-wave method for remote monitoring of the content of methane in atmosphere. Technical Physics Letters. 2019. 45(2), -pp. 132-133.