

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI

OLIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

FARG'ONA DAVLAT UNIVERSITETI

**FarDU.
ILMIY
XABARLAR**

1995-yildan nashr etiladi
Yilda 6 marta chiqadi

1-2025
ANIQ FANLAR

**НАУЧНЫЙ
ВЕСТНИК.
ФерГУ**

Издаётся с 1995 года
Выходит 6 раз в год

Muassis: Farg'ona davlat universiteti.

“FarDU. Ilmiy xabarlar – Научный вестник. ФерГУ – Scientific journal of the Fergana State University” jurnali bir yilda olti marta elektron shaklda nashr etiladi.

Jurnal pedagogika, filologiya, tarix, falsafa, siyosat, kimyo, biologiya hamda geografiya fanlari bo'yicha O'zbekiston Respublikasi Oliy attestatsiya komissiyasining doktorlik dissertatsiyalari asosiy ilmiy natijalarini chop etish tavsiya etilgan ilmiy nashrlar ro'yxatiga kiritilgan.

Jurnaldan maqola ko'chirib bosilganda, manba ko'rsatilishi shart.

O'zbekiston Respublikasi Prezidenti Administratsiyasi huzuridagi Axborot va ommaviy kommunikatsiyalar agentligi tomonidan 2020-yil 2-sentabrda 1109 raqami bilan ro'yxatga olingan.

Muqova dizayni va original maket FarDU tahririy-nashriyot bo'limida tayyorlandi.

Tahrir hay'ati

Bosh muharrir
Mas'ul muharrir

SHERMUHAMMADOV B.SH.
AXMADALIYEV Y.I.

FARMONOV Sh. (O'zbekiston)	O'zRFA akademigi, f-m.f.d., prof.	ZUOGANG PENG (Xitoy)	Janubiy-g'arbiy universitet, b.f.d., prof
ZAYNOBIDDINOV S (O'zbekiston)	O'zRFA akademigi, f-m.f.d., prof	PANASYUK M (Rossiya)	Qozon federal universiteti, g.f.d, profr
A'ZAMOV A (O'zbekiston)	O'zRFA akademigi, f-m.f.d., prof	VALI SAVASH YYELEK (Turkiya)	Anqara Hoji Bayram Veli universiteti fil. f.d., prof
SAGDULLAYEV Sh (O'zbekiston)	O'zR FA t.f.d., prof	SIROJIDDINOV Sh (O'zbekiston)	Alisher Navoiy nomidagi ToshDO'TAU akademigi, fil.f.d., prof
TURAYEV A. (O'zbekiston)	O'zRFA akademigi, k-b,f,d., prof	ABADI, TOTOK WAHYU (Indonesiya)	Universitas Muhammadiyah Sidoarjo, Siyosat va xalqaro huquq.
RASHIDOVA S. (O'zbekiston)	O'zRFA k.f.d., prof	SCOTT LEVI (AQSH)	Ohio State University, PhD, prof
ABDULLAEVA Z (Qirg'iziston)	OshDU k.f.n., dots	AZIYA ZHUMABAYEVA (Qozog'iston)	Abay nomidagi Qozoq milliy pedagogika universiteti
TOJIBOYEV K. (O'zbekiston)	O'zRFA akademigi, b.f.d., prof	SANIYA NURGALIYEVA (Turkiya)	Ataturk University
G'ULOMOV S. (O'zbekiston)	O'zRFA akademigi, i.f.d, prof	SALTANAT ABILDINA (Qozog'iston)	E. A. Buketov nomidagi Qaragandi davlat universiteti
JUMABEKOVA B (Qozog'iston)	b.f.d., prof		

Tahririyat kengashi

ANIQ FANLAR BO'YICHA			
RASULOV R.	FarDU, f-m.f.d., prof.	ABDUQODIROV A.	FarDU, f-m.f.n., dots
ONARQULOV K.	FarDU, f-m.f.d., prof.	HAYDAROV I.	FarDU, f-m.f.n., dots
OTAJONOV S.	FarDU, f-m.f.d., prof.	AXMEDOV B.	FarDU, f-m.f.d. (PhD), dots
KARIMOV K.	FarDU, f-m.f.d., (DSc), dots	MAMANAZAROV A.	FarDU, f-m.f.f.d. (PhD), dots
G'OZIYEV Q.	FarDU, f-m.f.n., dots	SHUHRATOV SH.	FarDU, t.f.f.d., dots.
BAKIROV T.	FarDU, p.f.b.f.d., dots		

Bo'lim boshlig'i: Zokirov I.I., b.f.d.,prof.

Texnik muharrirlar: Sheraliyeva J.
Mirkarimova Sh.

Musahhihlar: Mahmudov F.
O'rinboyev I.

Tahririyat manzili:

150100, Farg'ona shahri, Murabbiylar ko'chasi, 19-uy.
Tel.: (0373) 244-44-57. Mobil tel.: (+99891) 670-74-60
Sayt: www.fdu.uz. Jurnal sayti: Journal.fdu.uz

MATEMATIKA

U.X.Xonqulov

Geometriyada o'rganiladigan trigonometrik masalalar haqida 4

A.KYusupova, Sh.X.Nabijonov

Ikki o'lchovli Romanovski taqsimoti haqida 10

A.O.Mamanazarov, Sh.B.Mahmudjonova

Inverse source problem for a degenerate subdiffusion equation..... 17

FIZIKA TEXNIKA

N.Sh.Nurolliyev, B.A.Sadulloyev

Qurilish materiallarida avtomatlashgan alfa test qurilmasi yordamida qattiq jismlar defarmatsiyasini o'rganish 28

A.I.Azamatov

Solar insolation analysis tools for residential buildings in healthy living environment design 36

Sh.Shuxratov, N.Yunusov

Takomillashtirilgan ishchi qismga ega bo'lgan arrali jinni ishlab chiqish..... 44

J.Y.Roziqov, Q.Q.Muhammhammadaminov

Atmosfera qattalaridan diffuz ravishda o'tgan va qaytgan quyosh nurlanish oqimlarini spektral va burchak taqsimotini hisoblash..... 47

M.T.Нормурадов, K.T.Довранов, A.P.Кодиров, Д.НормуминоваФормирование нанофазных пленок $\text{Cu}_{15}\text{Si}_4/\text{Si}$ на поверхности кремния и их электрофизические свойства 51**A.Otaxo'jayev, Sh.R.Komilov, R.M.Muradov**

Jinlash jarayonini takomillashtirish asosida tola sifatini yaxshilash. 59

I.A.Muminov, D.B.Ahmadjonova

Brilluen zonalarining kristall panjaradagi elektron xususiyatlarni aniqlashdagi ahamiyati..... 66



UO'K: 37;51(519-7)

GEOMETRIYADA O'RGANILADIGAN TRIGONOMETRIK MASALALAR HAQIDA

О ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ ИЗУЧАЕМЫХ В ГЕОМЕТРИИ

ON TRIGONOMETRIC PROBLEMS STUDIED IN GEOMETRY

Xonqulov Ulug'bek Xursanaliyevich 

Farg'ona davlat universiteti, p,f,b,f.d. (PhD), dotsent

Annotatsiya

Maqolada geometriyada o'rganiladigan trigonometrik masalalarni yechishda muhim hisoblangan transversal chiziqlar va undan kelib chiqadagan asosiy tushunchalar xususan, uchburchakning asosiy elementlarini trigonometrik ifodalanishiga bo'yicha metodik natijalar keltilgan. Shu bilan birga geometriya fanida o'rganiladigan trigonometrik masalalarni yechishda ekvivalent nisbatlarning tadbiri va uning genetik aspektlari keltilgan.

Аннотация

В статье излагаются методические результаты о секущих прямых и вытекающих из них основных понятиях, имеющих важное значение при решении тригонометрических задач, изучаемых в геометрии, в частности, о тригонометрическом представлении основных элементов треугольника. В то же время обсуждается применение эквивалентных отношений и его генетические аспекты при решении тригонометрических задач, изучаемых в геометрии.

Abstract

The article presents methodological results on the transversal lines and the basic concepts derived from them, which are important in solving trigonometric problems studied in geometry, in particular, the trigonometric representation of the main elements of a triangle. At the same time, the application of equivalent ratios and their genetic aspects in solving trigonometric problems studied in geometry are presented.

Kalit so'zlar: trigonometrik masala, ekvivalent nisbatlar, cheviana, cheviانalar dastasi, mediana, bissektrisa, balandlik.

Ключевые слова: тригонометрическая задача, эквивалентные отношения, шевиана, набор шевиан, медиана, биссектриса, высота.

Key words: trigonometric problem, equivalent ratios, cheviانa, set of cheviانas, median, bisector, height

KIRISH

Trigonometriya tushunchalarini o'rganish faqat maktab dasturi doirasidagina cheklanmaydi, chunki ular sferik trigonometriya va geometriyada keng qo'llaniladigan ekvivalent munosabatlarni mujassamlashtiradi. Shu ma'noda ushbu kurs ulkan tushunchalar zanjirining bo'g'ini bo'lib, fanlararo aloqalarni amalga oshirishda katta ahamiyatga ega. Ixtisoslashtirilgan maktablar va akademik litseylar matematika ta'limida trigonometriyani chuqurlashtirib o'rganishni tanlov fanlar asosida olib borilishi uning tadbiriyy jihatlar va integrasion imkoniyatlarni interpretatsiya qilishda hal qiluvchi rol o'ynaydi, chunki matematik usullarning universalligi bizga bilim va amaliyotning turli sohalarida nazariy materiallar o'rtasidagi bog'liqlikni algebraning formal tushunchalarida aks ettirishga imkon beradi.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODOLOGIYA

Trigonometriya o'quvchilarning muammoni hal qilish uchun bir nechta g'oyalarni yaratish qobiliyatini rivojlantirishda ham muhim rol o'ynayshiga oid bir qancha tadqiqotchilar olib borilgan, xususan, E.D. Spangenberg [1], M.T.C. Gerhana [2] tomonidan olib borilgan izlanishlarda geometriyada trigonometriyaning ahamiyati tahlil qilingan. T. Plotz [3] fikricha, ushbu tushunchalarni o'rgatishda cheviana, proektsiyalanuvchi va proektsiya chizig'i tushunchalarini geometriya fanida o'rganiladigan trigonometrik masalalarni yechishda muhim rol o'ynaydi.

Sampaio Figueiredo [4], R. Walsh [5] va TD. Yang [6] tadqiqotlarida tayanadigan bo'lsak, trigonometrik va geometrik masalalarni yechishda ekvivalent nisbatlarga oid munosabatlar ahamiyati nostandar masalalarda yaqqol ko'rinadi. O'quvchilarni geometriya fanida o'rganiladigan

MATEMATIKA

trigonometrik masalalarni yechishga o'rgatishda o'rta ta'lim matematika darslarida o'rganilmaydigan nazariy ma'lumotlar bilan tanishtirish zaruriyati mavjud bu albatta tanlov fanlar va to'g'ratlarga vazifalarni yuklaydi.

NATIJA VA MUHOKAMA

Ixtisoslashtirilgan maktablar va akademik litseylarda geometriya kursida o'rganiladigan trigonometrik masalalarni yechishda quyidagi tushunchalarni chuquqlashtirib o'qitish tavsiya etiladi:

1. Mediana formulasida radikal ostidagi ifoda sinusga nisbatan ikki o'lchovlidir, agar bu formulada sinuslar o'rniga tomonning parametrga bo'lgan nisbatini yozsak, unda

$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos \alpha}$$

bo'ladi.

Yoki bu yerda $\cos \alpha$ ni almashtirsak, unda

$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + c^2 + 2bc \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}} = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2} \quad (1)$$

bo'ladi.

2. Bissektrisa. Biz bunda bissektrisaning $l_a = \frac{2R \sqrt{2 \sin^2 \beta \cdot \sin^2 \gamma \cdot (1 + \cos \alpha)}}{\sin \beta + \sin \gamma}$

ko'rinishdagi formulasidan foydalanamiz. Bu yerda ham sinuslar o'rniga tomon va parametr

qatnashgan ifodalarni qo'yib, $l_a = \frac{\sqrt{2b^2c^2(1 + \cos \alpha)}}{b + c}$ ni hosil qilamiz. $\cos \alpha$ ni almashtiramiz:

$$l_a = \frac{\sqrt{2b^2c^2 \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right)}}{b + c} = \frac{\sqrt{bc(2bc + b^2 + c^2 - a^2)}}{b + c}.$$

Ammo,

$$2bc + b^2 + c^2 - a^2 = (b + c)^2 - a^2 = (b + c + a)(b + c - a) = 2p \cdot 2(p - a).$$

Demak

$$l_a = \frac{2\sqrt{bcp(p - a)}}{b + c}. \quad (2)$$

3. Balandlikning $h_a = 2R \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma$ formulasida ham yuqoridagi kabi almashtirishlar o'tkazib, quyidagi geometrik ko'rinishga keltiramiz:

$$h_a = \frac{bc}{2R}. \quad (3)$$

4. Styuart teoremasi.

Endi transversal dastasi formulasini uchburchak tomonlari orqali ifodalashga o'tamiz.

Buning uchun k ni $\frac{b_t}{c_t}$ bilan va transversal

a tomonga tushirilgani uchun $\sin \alpha \frac{a}{2R}$ bilan almashtirilsa,

$$t_a = \frac{2R \sqrt{c'^2 \sin^2 \beta + b'^2 \sin^2 \gamma + 2b'c' \sin \beta \sin \gamma \cos \alpha}}{b' + c'}$$

ga ega bo'lamiz. Bu hosil bo'lgan formula sinusga nisbatan ikki o'lchovli. Shuning uchun $\sin \beta$ va $\sin \gamma$ larning o'rniga qo'yilgan $\frac{b}{2R}$ va $\frac{c}{2R}$ lardan $\frac{1}{2R}$ ko'paytuvchi ildizdan chiqadi va $2R$ koeffitsiyent bilan qisqaradi. hamda $b' + c' = a$ almashtirish o'tkazsak,

$$t_a = \frac{\sqrt{c'^2 b^2 + b'^2 c^2 + 2b'c'bc \cdot \cos \alpha}}{a}$$

hosil bo'ladi. $\cos \alpha$ kosinuslar teoremasiga asosan $b^2 + c^2 - a^2$ bilan almashtirilsa,

$$t_a = \frac{\sqrt{c'^2 b^2 + b'^2 c^2 + 2b'c'(b^2 + c^2 - a^2)}}{a}$$

hosil bo'ladi yoki qavsni ochib, birinchi had bilan uchinchi, ikkinchi had bilan to'rtinchini gruppallab, hamda trivial almashtirganda

$$t_a = \frac{\sqrt{c'b^2(b'+c') + b'c^2(b'+c') - a^2b'c'}}{a} = \sqrt{\frac{c'b^2 + b'c^2 - ab'c'}{a}}$$

chiqadi. Buni ildizdan hamda maxrajdan qutqaramiz:

$$at_a^2 = c'b^2 + b'c^2 - ab'c'.$$

Bu ifoda geometriyada *Styuart teoremasi* nomi bilan yuritiladi.

Trivial termini ustida eslatma. Odatda ishlatiladigan «trivial» terminidan boshqa ma'noda foydalanamiz. «trivium» so'zi lotincha bo'lib, ikki so'z «tres» va «via» dan iborat. Uning ma'nosi «uch yo'l» bo'lib, mos holda «kesishuvchi aniqlovchi» demakdir. So'ngra bu termin tarixda asta-sekin «yo'l ko'rsatuvchi belgisi» degan ma'noga ega bo'ldi va hozir biz formulalar jadvali bilan almashtirish amallarini **trivial** deb qabul qilamiz.

Haqiqatan yuqoridagilar trivial formula bo'lib,

$$3\sin^2 5\alpha + 3\cos^2 5\alpha = 3(\sin^2 5\alpha + \cos^2 5\alpha) = 3 \cdot 1 = 3$$

trivial almashtirishdir. Yuqorida ko'rib o'tilgan formulalar orqali shu xildagi trivial almashtirishlar o'tkazilishi mumkin.

Trivial formula yordami bilan almashtirishda, ko'rsatilgan formulalardan tashqari funksiyalar orasidagi munosabatlar, o'tkir burchak funksiyalari va yordamchi burchaklarni kiritishni alohida eslatib o'tish kerak.

Avval olingan natijalarni birlashtirish bilan $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ trivial munosabatdan uchburchakning boshqa masalalarini yechish uchun quyidagi uchta formulalarni hosil qildik:

Umumiy transversal dastasi formulasi:

$$t_a = \frac{2R\sqrt{\sin^2 \beta + k^2 \sin^2 \gamma + 2k \sin \beta \sin \gamma \sin \alpha}}{1+k}; \quad (A)$$

sinuslar teoremasi:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R \dots; \quad (B)$$

kosinuslar teoremasi:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \dots \quad (C)$$

Tabiiy ravishda bu umumiy formulalarning uchburchaklarni yechishdagi roli haqidagi masalasi o'rta qo'yiladi. Avvalgi maqolalarimizda sinuslar teoremasi katta ahamiyatga ega ekanligini ko'rdik. Shuning uchun uchburchaklarga tegishli masalalarni yechishda yanada umumiyroq mazmunga ega bo'lgan munosabat yo'qmi? degan savol tug'iladi.

Bizga noma'lum bo'lgan biror turdagi umumiy munosabat mavjud deb faraz qilaylik. U holda sinuslar teoremasining yordami bilan trigonometrik elementlarning har birini tomonlar orqali ifoda

MATEMATIKA

qilamiz. Huddi shu usulda sinuslar teoremasi yordami bilan har qanday umumiy munosabatlarni burchaklar orasidagi munosabatlarga keltira olamiz. Ammo burchaklar orasida $\alpha + \beta + \gamma = \pi$ trivial munosabat mavjuddir. Ushu munosabatdan foydalanib, burchaklarning har birini qolgan ikkitasi orqali ifoda qilamiz. Unda masalaning o'zi ikki burchak o'zaro qanday umumiy munosabatda (ya'ni, albatta har qanday uchburchak uchun) yoki ayniyatda bo'lishini ko'rsatadi.

2. Endi

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = \pi, \\ \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R \end{cases}$$

munosabatlarni algebraik usul bilan qaraganda sinuslar teoremasi nimani bildiradi? degan savol tug'iladi. Bu qator ekvivalent munosabatlardan iborat bo'lib, asosiy elementlar bevosita shu qatorga kiradi.

Har qanday xarakterdagi chiziq, xuddi ilgari eslatib o'tilganidek, bir jinsli bir o'lchovli ko'phad bilan ifodalanganidan yuqoridagi ifodani shu holga keltirish masalasi qoladi. Ya'ni suratdagi had tomonlargagina nisbatan bir o'lchovli ko'phad bo'lsin. Shuning uchun maxrajdagi hadlar ham xuddi shunday bo'lishi kerak. Ya'ni ularning nisbatida $2R$ miqdor saqlasin.

Natijada biz masalaning eng sodda yechilishini hosil qilamiz. Bu masala 2 - § da bo'lgan

$$2R = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

qator teng nisbatlarga ham aloqalidir. Xuddi shuningdek, trivial almashtirishlar natijasida

$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2} \quad (1')$$

ifoda olingan edi. Shunga ko'ra

$$2R = \frac{a}{\sin \alpha} = \dots = \frac{m_a}{\frac{1}{2} \sqrt{2 \sin^2 \beta + 2 \sin^2 \gamma - \sin^2 \alpha}}.$$

$$\text{Yarim perimetr } p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{2R(\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma)}{2} \text{ dir.}$$

Shunga ko'ra

$$\begin{aligned} 2R &= \frac{a}{\sin \alpha} = \dots = \frac{2m_a}{\sqrt{2 \sin^2 \beta + 2 \sin^2 \gamma - \sin^2 \alpha}} = \\ &= \frac{p}{\frac{1}{2}(\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma)} = \frac{p}{2 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}} = \frac{p}{2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \gamma}{2} \sin \frac{\beta + \gamma}{2}} \end{aligned}$$

bo'lib, bu munosabat hech bir chiziqqa aloqali emas. Shunga o'xshash yuzaga ham shunday munosabatda yondashish mumkin. Ammo yuza ikki o'lchovli ko'p hadlik bo'ladi. Uning kvadrat ildizini olish bilan uni teng qator munosabatlarga bog'laymiz.

3. Bu cheksiz qatorni oldingi natijalar (1), (2), (3) va (1') formulalar bilan yozamiz:

$$2R = \frac{a}{\sin \alpha} = \dots = \frac{h_a}{\sin \alpha \cdot \sin \gamma} = \dots = \frac{2m_a}{\sqrt{2(\sin^2 \beta + \sin^2 \gamma) - \sin^2 \gamma}} =$$

$$l_a \cos \frac{\beta - \gamma}{2} = \frac{l_a \cos \frac{\beta - \gamma}{2}}{\sin \beta \sin \gamma} = \dots$$

So'ngra bu qatorga yarim perimetr $p = \frac{a + b + c}{2}$ ni kiritamiz:

$$= \frac{p}{2 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}} = \dots$$

Demak,

$$2R = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = \frac{a + b + c}{\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma} = \frac{2p}{\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma} =$$

$$= \frac{p}{2 \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}} = \dots$$

Shunga o'xshash $a + b$ ni bu qatorga kiritish uchun $\sin \alpha + \sin \beta$ hadni olishimiz kerak va uni

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} = 2 \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

ko'rinishda yozamiz. U holda qator $\dots = \frac{a + b}{2 \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}} =$ nisbat bilan to'ldiriladi.

Qatorga $p - a$ ni kiritish ham xuddi shunday olib boriladi. $p - a$ o'rnida

$$\frac{\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma}{2} - \sin \alpha = \frac{-\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma}{2} = (\sin \alpha + \sin \beta - \sin \gamma) =$$

$$= 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2} = 2 \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$$

ni olishga to'g'ri keladi. Qator

$$\dots = \frac{p - a}{2 \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \dots$$

bo'ladi.

Tomonlarning ko'paytmasini ham shu xilda qatorga kiritish mumkin. Ammo unda tegishli darajadan ildiz chiqarish kerak bo'ladi:

$$\dots = \sqrt{\frac{ab}{\sin \beta \sin \alpha}} = \sqrt[3]{\frac{abc}{\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma}} = \dots$$

Shunga o'xshash istalgan ko'paytmaning nisbatini ham qatorga kiritish mumkin.

Masalan, nisbatni p va $p - a$ hadlari bilan ko'paytirib, tenglik qatoriga yangi zvenolar kiritamiz:

$$\dots = \sec \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{p(p - a)}{\sin \beta \sin \gamma}} = \dots = \sqrt{\frac{p(p - a)}{2 \sin \frac{\gamma}{2} \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{\alpha}{2} \cdot 2 \cos \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}} =$$

$$= \frac{1}{\cos \frac{\alpha}{2} \sqrt{2 \sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\gamma}{2} \cdot 2 \sin \beta \cos \frac{\beta}{2}}} = \sec \frac{\alpha}{2} \sqrt{\frac{p(p-a)}{\sin \gamma \sin \beta}} = \dots$$

Shuningdek, $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$ yoki $2S = a \cdot b \sin \gamma$ yuza formulasini ham teng qatorga kiritaylik. Bu holda tegishli kvadrat ildiz kiritiladi:

$$\dots = \sqrt{\frac{2S}{\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma}} = \dots$$

Bu qator shu xildagi mexanik yo'l bilan davom ettirilib, bir qancha standart usullarni qo'llanish bilan yechiladi:

- a) o'tgan hadning ifodasiga kerakli bo'lgan formula yoziladi;
- b) uchburchakning tomonlari uning qarshisida yotgan burchak sinusi bilan almashtiriladi;
- c) oldinglarning istalgan birini keyingi topilgan nisbatdan yoki bevosita teng qatordan chiqariladi.

XULOSA

Trigonometriyaning isbot va tadqiqot elementlari bilan bog'liq masalalari xususan, parametrlarga bog'liq trigonometrik tenglamalar, trigonometrik va geometrik masalalarni yechishda ekvivalent nisbatlar tadbiqiga bevosita bog'liq. Ba'zi bir trigonometrik masalalarni yechishda transversal chiziqlardan foydalanib uchburchakning chiziqli elementlarini ifodalash, ba'zi ekvivalent formulalar va ularning tadbiqlari kabi nazariy va amaliy tushunchalar mustaqil tadqiqot ishlari sifatida o'rganish talab etiladi. O'quvchilarning trigonometriyani o'rganishga bo'lgan ehtiyoji ortib borayotganligi uning amaliy yo'naltirishini matematika sohalaridan biri sifatida ko'rib chiqish zarurati tug'iladi. Matematik ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-metodik ta'minotlarning takomillashtirish maqsadida tayyorlangan ushbu maqola geometriya kursida uchraydigan ko'plab trigonometrik masalalarni yechishda foydalanish mumkinligi bilan ahamiyatlidir.

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Spangenberg, E. D. (2021). Manifesting of pedagogical content knowledge on trigonometry in teachers practice. *Journal of Pedagogical Research*, 5(3), 135–163. <https://doi.org/10.33902/jpr.2021371325>
2. Gerhana, M. T. C., Mardiyana, M., & Pramudya, I. (2017). The effectiveness of project based learning in trigonometry. *Journal of Physics: Conference Series*, 895, 012071. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/895/1/012027>
3. Plotz, T. (2020). Are concept maps a valid measurement tool for conceptual learning? A cross-case study. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 16(1), 1–22. <https://doi.org/10.29333/ejmste/110174>
4. Sampaio Figueiredo, H. R., & Batista, I. D. L. (2018). Mathematics history and cognitive values on a didactic sequence: Teaching trigonometry. *Journal of Research in Mathematics Education*, 7(3), 311–332. <https://doi.org/10.17583/redimat.2018.2727>
5. Walsh, R., Fitzmaurice, O., & O'Donoghue, J. (2017). What subject matter knowledge do second-level teachers need to know to teach trigonometry? An exploration and case study. *Irish Educational Studies*, 36(3), 273–306. <https://doi.org/10.1080/03323315.2017.1327361>
6. Yang, D. C., & Sianturi, I. A. (2017). An Analysis of Singaporean versus Indonesian textbooks based on trigonometry content. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(7), 3829–3846. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00760a>