O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI

OLIY TA’LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

FARG‘ONA DAVLAT UNIVERSITETI

FarDU. ILMIY XABARLAR

1995-yildan nashr etiladi
Yilda 6 marta chiqadi

1-2025

ANIQ FANLAR

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК. ФерГУ

Издаётся с 1995 года
Выходит 6 раз в год

MATEMATIKA

FIZIKA TEXNIKA

FarDU. Ilmiy xabarlar – Scientific journal of the Fergana State University
Volume 31 Issue 1, 2025-yil DOI: 10.56292/SJFSU/vol31_iss1/a93

UO‘K: 519.21

IKKI O‘LCHOVLI ROMANOVSKIY TAQSIMOTI HAQIDA

О ДВУМЕРНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ РОМАНОВСКОГО

THE TWO-DIMENSIONAL ROMANOVSKY DISTRIBUTION

Yusupova Anora Karimovna
Farg’ona davlat universiteti matematika kafedrasi professori

Nabijonov ShaxzodbekXayrullayevich
Farg’ona davlat universiteti matematika yo’nalishi talabasi.

Annotatsiya

Maqolada ikki o‘lchovli Romanovskiy taqsimotining α va p parametrli polinomial taqsimotlarga variatsiya bo’yicha yaqinlashishi haqidagi ikkita teorema va bu teoremalarning isbotlari keltirilgan.

Аннотация

В статье представлены две теоремы об аппроксимации двумерного распределения Романовского полиномиальными распределениями с параметрами α и p и доказательства этих теорем.

Abstract

The article presents two theorems on the approximation of the two-dimensional Romanovsky distribution by polynomial distributions through two-dimensional parameters α and p and proofs of these theorems.

Kalit so’zlar: *Ikki o‘lchovli Romanovskiy taqsimoti, variatsiya bo’yicha yaqinlashishi, ikki o’lchovli polinomial taqsimot.*

Ключевые слова: *двумерное распределение Романовского, вариационная аппроксимация, двумерное полиномиальное распределение.*

Key words: *two-dimensional Romanovsky distribution, variational approximation, two-dimensional polynomial distribution.*

KIRISH

V.I.Romanovskiy [17] ikkita tanlanmaning bir jinsli ekanligini, ya’ni bitta bosh to‘plamga qarashli ekanligini ko‘rsatish uchun quyidagi kriteriy (mezon)ni kiritgan.

Aytaylik,

$x_1 \le x_2 \le \ldots \le x_N$

va

$$y_1 \le y_2 \le \ldots \le y_M$$

ikkita tartiblangan *N* va *M* hajmli tanlanmalar berilgan bo‘lsin. x_{n+1} bilan birinchi tanlanmaning $n+1$- hadini belgilaymiz $(n = 0,1,2,\ldots,N-1)$. μ shunday y_i lar soniki, ular x_{n+1} dan kichik, ya’ni $y_\mu < x_{n+1}$ o‘rinli bo‘lsin. *μ* tasodifiy miqdor sifatida ikkinchi tanlamadagi x_{n+1} dan katta bo‘lmagan variantalar sonini belgilasak, *μ* ning *k* ga teng qiymat qabul qilish ehtimoli

$$P(\mu = k) = R(k) = R(k,n,N,M) =$$

$$= \begin{cases} \dfrac{C_{n+k}^{n} C_{N+M-n-k-1}^{N-n-1}}{C_{N+M}^{N}}, & agar \quad k = \overline{O,M} \\ 0, & agar \quad k<0, \quad k>M \end{cases}$$

kabi topiladi. Bu taqsimot teskari gipergeometrik (Romanovskiy) taqsimotdir.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODLAR

Aytaylik, endi yuqoridagi ikkita tartiblangan *N* va *M* hajmli tanlanmalardan birinchisidan x_{n+1}, x_{n+m+2} variantalarni tanlab olamiz. U holda birinchi tanlamada x_{n+1} dan kichik *n* ta variantalar bo‘ladi. x_{n+1} dan katta va $x_{n+\mu+2}$ dan kichik variantalar soni *m*+1 ta va $x_{n+\mu+2}$ dan katta variantalar soni *N*-*n*-*m*-2 ta bo‘ladi. ξ_1 tasodifiy miqdor sifatida ikkinchi tanlamadagi x_{n+1} dan kichik bo‘lmagan variantalar sonini, ξ_2 tasodifiy miqdor sifatida x_{n+1} dan katta, $x_{n+\mu+2}$ dan kichik bo‘lgan variantalarni sonini belgilaymiz. ξ_1,ξ_2 tasodifiy miqdorlarning $\mu;\nu$ ga teng bo‘lish ehtimoli

$$P(\xi_1=\mu;\xi_2=\nu)=R(\mu,\nu,n,m,N,M)=R(\mu,\nu)=$$

$$=\begin{cases}\dfrac{C^n_{n+\mu}C^n_{n+\nu}C_{N+M-n-m-\mu-2}}{C^N_{N+M}}, & agar\quad \mu,\nu=\overline{O,M},\quad \mu+\nu=\overline{O,M}\\ 0, & agar\quad \mu,\nu>M,\quad \mu,\nu<0\end{cases}$$

kabi topiladi. Ushbu taqsimotninig ba’zi asimptotik xususiyatlarini o’rganish ushbu maqolada ko’rib o’tiladi.

NATIJA VA MUHOKAMA

1-teorema. Aytaylik $P=\dfrac{M}{N+M}\to 0,\ \sigma_\nu=\sqrt{npq}\to\infty$, u holda

$$\sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty}|R(\mu,\nu)-\Pi_1(\mu,\nu)|=\lambda p+p_0\left(\min\left(1-\frac{1}{\sqrt{\alpha_0\beta_0M}}\right)\right)$$

bo‘ladi. Bu yerda

$$\Pi(\mu,\nu)=\frac{M!}{\mu!\nu!(M-\mu-\nu)!}\alpha_1^\mu\alpha_2^\nu(1-\alpha_1-\alpha_2)^{(M-\mu-\nu)!}$$

ikki o‘lchovli polinomial taqsimot,

$$\lambda=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}|1-u^2|e^{-\frac{u^2}{2}}du=0,96788....\qquad \alpha_0=\min(\alpha_1,\alpha_2),\ \beta_0=1-\alpha_0$$

Isbot. Quyidagi belgilashlar kiritaylik:

$$\chi^2=u^2+v^2,\quad y=\mu-\frac{mp}{q}\quad \text{ва}\quad z=\nu-\frac{np}{q}$$

Aytaylik μ,ν indeksli yig‘indilar $\chi^2<\sigma_0$, $\chi^2\geq\sigma_0$, $(\sigma_0=\min(\sigma_\mu,\sigma_\nu))$ shartlarni qanoatlantirsin va mos ravishda ularni δ_1 va δ_2 lar bilan belgilaylik. δ_2 ni baholaylik.

$$\sum_{\mu-0}^{\infty}\sum_{\nu-0}^{\infty}\left(\mu-\frac{mp}{q}\right)^4\Pi(\mu,\nu)=3\alpha_1^2\beta_1^2M^2+(6\alpha_1^4+12\alpha_1^3-7\alpha_1^2+\alpha_1)M$$

va

$$\sum_{\mu-0}^{\infty}\sum_{\nu-0}^{\infty}\left(\nu-\frac{np}{q}\right)^4\Pi(\mu,\nu)=3\alpha_2^2\beta_2^2M^2+(6\alpha_2^4+12\alpha_2^3-7\alpha_2^2+\alpha_2)M$$

U holda

$$\leq \sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty}\left(\frac{y^4}{\sigma_0^2\sigma_\mu^4}+\frac{2y^2z^2}{\sigma_0^2\sigma_\mu^2\sigma_\nu^2}+\frac{z^4}{\sigma_0^2\sigma_\nu^4}\right)\Pi(\mu,\nu)=$$

$$=\sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty}\left(\frac{y^4}{\sigma_0^2\sigma_\mu^4}\Pi(\mu,\nu)\right)+\sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty}\left(\frac{2y^2z^2}{\sigma_0^2\sigma_\mu^2\sigma_\nu^2}\Pi(\mu,\nu)\right)+$$

$$+\sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{z^4}{\sigma_0^2\sigma_\nu^2}\Pi(\mu,\nu)=0\left(\frac{1}{\sigma_0^2}\right) \quad (1)$$

Xuddi shuningdek

$$\sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty}\left(\mu-\frac{mp}{q}\right)^4 R(\mu,\nu)=(5\alpha_1^2\beta_1^2M^2+(11\alpha_1^4+23\alpha_1^3+14\alpha_1^2+9\alpha_1)M\left(1+0\left(\frac{1}{N}\right)\right)$$

$$\sum_{\mu=0\nu=0}^{\infty}\left(\nu-\frac{np}{q}\right)^4 R(\mu,\nu)=5\alpha_2^2\beta_2^2M^2+(11\alpha_2^4+23\alpha_2^3+14\alpha_2^2+9\alpha_2)M0\left(1+\frac{1}{N}\right)$$

$$\sum_{u^2+v^2\geq\sigma_0} R(\mu,\nu)\leq \sum_{u^2+v^2\geq\sigma_0}\frac{(u^2+v^2)^2}{\sigma_0^2}R(\mu,\nu)\leq$$

$$\leq \sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty}\left(\frac{y^4}{\sigma_0^2\sigma_\mu^4}+\frac{2y^2z^2}{\sigma_0^2\sigma_\mu^2\sigma_\nu^2}+\frac{z^4}{\sigma_0^2\sigma_\nu^4}\right)R(\mu,\nu)=$$

$$=\sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty}\left(\frac{y^4}{\sigma_0^2\sigma_\mu^4}R(\mu,\nu)+\sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty}\left(\frac{2y^2z^2}{\sigma_0^2\sigma_\mu^2\sigma_\nu^2}R(\mu,\nu)+\sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{z^4}{\sigma_0^2\sigma_\nu^2}R(\mu,\nu)\right)\right)=0\left(\frac{1}{\sigma_0^2}\right) \quad (2)$$

(1), (2) dan

$$\sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty}|R(\mu,\nu)-\Pi(\mu,\nu)|\leq \sum_{u^2+v^2\geq\sigma_0^2}R(\mu,\nu)+\sum_{u^2+v^2\geq\sigma_0^2}\Pi(\mu,\nu)=0\left(\frac{1}{\sigma_0^2}\right) \quad (3)$$

ni hosil qilamiz. Endi $u^2+v^2<\sigma_0$ uchun

$$\sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\nu=0}^{\infty}|d(\mu,\nu)-1|\Pi(\mu,\nu)$$

ifodani o‘rganamiz. Bu yerda

$$d(\mu,\nu)=\frac{R(\mu,\nu)}{\Pi(\mu,\nu)}=$$

$$=\frac{N!(n+\nu)!(m+\mu)!(N+M-n-m-\mu-\nu-2)!}{(N+m)!\,n!\,m!\,(N-n-m-2)!}\alpha_1^{-\mu}\alpha_2^{\nu}(1-\alpha_1-\alpha_2)^{-(M-\mu-\nu)}$$

(4)

Teorema shartiga ko‘ra

$$N\to\infty,\ n=\alpha_1 N\to\infty,\quad n=\alpha_2 N\to\infty,\quad N-n-m=N(1-\alpha_1-\alpha_2)\to\infty$$

U holda $d(\mu,\nu)$ dagi barcha faktoriallar uchun Stirling formulasi

$$n! = \sqrt{2\pi n} n^n e^{-n}\left(1+\frac{1}{12n}+O\left(\frac{1}{n^2}\right)\right)$$

ni qo‘llay olamiz. Ya’ni

$$\frac{N!}{(N+M)!} = \sqrt{qe^M}\frac{N^N}{(N+M)^{N+M}}\times\left(1+\frac{q-1}{12q(N+M)}+O\left(\frac{1}{(N+M)^2}\right)\right) \quad (5)$$

$$\frac{(n+v)!}{n!} = \frac{e^{-v}n^v}{\sqrt{q}q^{n+v}}\left(1+\frac{yp}{2\sigma_v q\beta_2\sqrt{1-r^2}}-\frac{y^3p^2\beta_2^2}{6\sigma_v q^2}(1-r^2)^{\frac{3}{2}}+O\left(\frac{(e^2+y^4)1}{\sigma_v^2}\right)\right)\times$$

$$\times\exp\left\{y\sigma_v\sqrt{1-r^2}+\frac{y^2\beta_1 p}{2q}(\sqrt{1-r^2})^3\right\} \quad (6)$$

$$\frac{(m+\mu)!}{m!} = \frac{e^{-\mu}m^\mu}{\sqrt{q}q^{m+\mu}}\left(1+\frac{xp}{2\sigma_\mu q\beta_1\sqrt{1-r^2}}-\frac{x^3p^2\beta_1^2}{6\sigma_\mu q^2}(1-r^2)^{\frac{3}{2}}+O\left(\frac{x^2+x^4}{\sigma_v^2}\right)\right)\times$$

$$\times\exp\left\{x\sigma_\mu\sqrt{1-r^2}+\frac{x^2\beta_2 p}{6q^2\sigma_\mu}(\sqrt{1-r^2})\right\} \quad (7)$$

$$\frac{(N+M-n-m-2)!}{(N-n-m-2)!} = e^{-(M-\mu-v)}q(N+M)^{M-\mu-v}(1-\alpha_1-\alpha_2)^{M-\mu-v}\times$$

$$\left(1-\frac{x\alpha_1 p}{2\sigma_\mu q\sqrt{1-r^2}}-\frac{y\alpha_2 p}{2\sigma_v q\sqrt{1-r^2}}+\frac{x^3p^2\alpha_1^2}{6\sigma_\mu q^2\sqrt{1-r^2}}+\frac{y^3p^2\alpha_2^2}{6\sigma_v q^2\sqrt{1-r^2}}+O\left(\frac{1}{\sigma_\mu^2}\right)+O\left(\frac{1}{\sigma_v^2}\right)\right)$$

(8)

(5)-(8) dan quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$d(\mu,v) = 1-\frac{p}{2}(1-x^2)-\frac{p}{2}(1-y^2)+pO\left(\frac{1}{\sigma_\mu}\right)+$$

$$+pO\left(\frac{1}{\sigma_\mu}\right)+pO\left(\frac{1}{\sigma_v}\right)+O\left(\frac{1}{\sigma_\mu^2}\right)+O\left(\frac{1}{\sigma_v^2}\right)+O(p^2) \quad (9)$$

(4) va (9) dan ko‘rinadiki,

$$\sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{v=0}^{\infty}|R(\mu,v)-\Pi(\mu,v)| = \left|(1-x^2)\frac{p}{2}+(1-y^2)\frac{p}{2}+pO\left(\frac{1}{\sigma_0}\right)+pO\left(\frac{1}{\sigma_0^2}\right)\right|\Pi(\mu,v)$$

$M\to\infty$ da polinomial taksimot ikki o‘lchovli normal taqsimotga yaqinlashadi. Uni hisobga olib, 1-lemmadan [4]

$$\sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{v=0}^{\infty}|R(\mu,v)-\Pi(\mu,v)| = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left|(1-x^2)\frac{p}{2}+(1-y^2)\frac{p}{2}+pO\left(\frac{1}{\sigma_0}\right)+pO\left(\frac{1}{\sigma_0^2}\right)\right|\times$$

$$\times e^{-\frac{x^2}{2}(1-r^2)}e^{-\frac{y^2}{2}(1-r^2)} \quad (10)$$

(10) dan teorema isboti kelib chiqadi.

2-teorema. Aytaylik,

$$\sigma = \lambda\alpha_0 + \alpha_0 0\left(\min\left[1, \frac{1}{\sqrt{(N+M)pq}}\right]\right)$$

bo‘ladi. Bu yerda

$$\Pi_2(\mu,v) = \frac{N!}{n!\,m!(N-n-m-2)}\alpha^n\alpha^m(1-\alpha_1-\alpha_2)^{N-n-m-2}$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}|1-u^2|e^{-\frac{u^2}{2}}du = 0{,}96788...\ \alpha_0 = \min(\alpha_1,\alpha_2), \quad \beta_0 = 1-\alpha_0$$

Isbot. Aytaylik, $\chi^2 = u^2 + v^2$, $\quad y = \mu - \frac{mp}{q}$ ва $z = \upsilon - \frac{np}{q}$

bo‘lsin. μ va indeksli yig‘indilar

$$\chi^2 < \sigma_0, \quad \chi^2 \ge \sigma_0, \quad (\sigma_0 = \min(\sigma_\mu, \sigma_\upsilon))$$

shartni qanoatlantiruvchi summalarni mos ravishda σ_1 va σ_2 lar bilan belgilaymiz. σ_2 ni baholaymiz.

$$\sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\upsilon=0}^{\infty}\left(\mu-\frac{mp}{q}\right)^4\Pi_2(\mu,\upsilon) = 3\alpha_1^2\beta_1^2M^2 + (6\alpha_1^4+12\alpha_1^3-7\alpha_1^2+\alpha_1)M$$

$$\sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\upsilon=0}^{\infty}\left(\upsilon-\frac{np}{q}\right)^4\Pi_2(\mu,\upsilon) = 3\alpha_2^2\beta_2^2M^2 + (6\alpha_2^4+12\alpha_2^3-7\alpha_2^2+\alpha_2)M,$$

bundan ko‘rinadiki,

$$\sum_{u^2+v^2\ge\sigma_0}\Pi_2(\mu,\upsilon) \le \sum_{u^2+v^2\ge\sigma_0}\frac{(u^2+v^2)^2}{\sigma_0^2}\Pi_2(\mu,\upsilon) = O\left(\frac{1}{\sigma_0^2}\right) \tag{11}$$

Xuddi shuningdek,

$$\frac{1}{\sigma_0^2\sigma_\mu^4}\sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\upsilon=0}^{\infty}y^4R(\mu,\upsilon) = [3\alpha_1^2\beta_1^2M^2 + (6\alpha_1^4+12\alpha_1^3-7\alpha_1^2+\alpha_1)M]\times$$

$$\times\left(1+O\left(\frac{1}{N}\right)\right) = O\left(\frac{1}{\sigma_0^2}\right). \tag{12}$$

Oxirgidan

$$\frac{1}{\sigma_0^2\sigma_\upsilon^4}\sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\upsilon=0}^{\infty}z^4R(\mu,\upsilon) = O\left(\frac{1}{\sigma_0^2}\right) \tag{13}$$

ni xosil qilamiz. (11)-(13) dan quyidagini olamiz.

$$\sigma_2 \le \sum_{u^2+v^2\ge\sigma_0}R(\mu,\upsilon) + \sum_{u^2+v^2\ge\sigma_0}\Pi_2(\mu,\upsilon) = O\left(\frac{1}{\sigma_0^2}\right). \tag{14}$$

Endi $u^2 + v^2 < \sigma_0$ uchun

$$\sigma_1 = \sum_{\mu=0}^{\infty}\sum_{\upsilon=0}^{\infty}|d(\mu,\upsilon)-1|\Pi_2(\mu,\upsilon)$$

ifodadagi μ va υ larning qiymatlarini qaraymiz. Bu yerda

$$d(\mu,\upsilon)=\frac{R(\mu,\upsilon)}{\Pi_2(\mu,\upsilon)}=\frac{N!(n+\upsilon)!(m+\mu)}{(N+m)!\,n!\,m!}\times$$
$$\times\frac{(N+M-n-m-\mu-\upsilon-2)!}{(N-n-m-2)!}\alpha_1^{-\mu}\alpha_2^{\upsilon}(1-\alpha_1-\alpha_2)^{-(M-\mu-\upsilon)}\ . \qquad (15)$$

Teorema shartiga ko'ra $N\to\infty$ va $n=d_1N\to\infty,\ m=\alpha_2N\to\infty$, $N-m-n=N(1-\alpha_1-\alpha_2)\to\infty$.

(15) da $d(\mu,\upsilon)$ dagi barcha faktoriallar uchun Stirling formulasini qo'llaymiz.

$$n!=\sqrt{2\pi n}\;n^n e^{-n}\left(1+\frac{1}{12n}+O\left(\frac{1}{n^2}\right)\right)$$

$$\frac{N!}{(N+M)}=\sqrt{q}e^{M}\frac{N^N}{(N+M)^{N+M}}\left(1+\frac{q-1}{12q(N+M)}+0\left(\frac{1}{(N+M)^2}\right)\right) \qquad (16)$$

$$\frac{(n+\upsilon)!}{n!}=\frac{e^{-\upsilon}n^{\upsilon}}{\sqrt{q}\;q^{n+\upsilon}}\left(1+\frac{\upsilon p}{2\sigma_\upsilon q\beta_2\sqrt{1-r^2}}-\frac{v^2\beta_2^2p^2}{6q^2\sigma_v}\times(1+r^2)^{\frac{3}{2}}+O\left(\frac{v^2+v^4}{\sigma_\upsilon^2}\right)\right)\times$$
$$\times\exp\left\{\upsilon\sigma_\mu\sqrt{1-r^2}+\frac{\upsilon^2\beta_1p}{2q}(1-r^2)\right\} \qquad (17)$$

$$\frac{(m+\mu)!}{m!}=\frac{e^{-\mu}m^{\mu}}{\sqrt{q}\;q^{m+\mu}}\left(1+\frac{Up}{2\sigma_\mu q\beta_1\sqrt{1-r^2}}-\frac{u^3p^2\beta_1^2}{6q^2\sigma_\mu}(1-r^2)^{\frac{3}{2}}+O\left(\frac{u^2+u^4}{\sigma_\mu^2}\right)\right)\times$$
$$\times\exp\left\{\upsilon\sigma_\mu\sqrt{1-r^2}+\frac{\upsilon^3\beta_2^2p}{2q}(1-r^2)\right\} \qquad (18)$$

$$\frac{(N+M-n-m-\mu-\upsilon-2)!}{(N-n-m-2)!}=e^{-(M-\mu-\upsilon)}q(N+M)^{M-\mu-\upsilon}\times$$
$$\times\left(1-\frac{u\alpha_1p}{2\sigma_\mu\sqrt{1-r^2}q}-\frac{u\alpha_2p}{2\sigma_\upsilon\sqrt{1-r^2}q}+\frac{u^3\alpha_1^2p^2}{6q^2\sigma_\mu\sqrt{1-r^2}}+\right.$$
$$\left.\times\frac{v^3\alpha_2^2p^2}{6q^2\sigma_v\sqrt{1-r^2}}+O\left(\frac{1}{\sigma_\mu^2}\right)+O\left(\frac{1}{\sigma_\upsilon^2}\right)\right) \qquad (19)$$

(16)-(19) dan quyidagini olamiz

$$d(\mu,\upsilon)=1-\frac{p}{2}(1-u^2)+\frac{p}{2}(1-\upsilon^2)+$$
$$+pO\left(\frac{1}{\sigma_\mu}\right)+pO\left(\frac{1}{\sigma_v}\right)+O\left(\frac{1}{\sigma_\mu^2}\right)+O(p^2) \qquad (20)$$

(14)va (20) dan ko'rinadiki,

$$\sigma = \left| \frac{p}{2}(1-u^2) + \frac{p}{2}(1-v^2) + pO\left(\frac{1}{\sigma_0}\right) + O\left(\frac{1}{\sigma_0^2}\right) \right| \Pi(\mu,\upsilon)$$

$M \to \infty$ da polinomial taqsimot ikki oʻlchovli normal qonun boʻyicha yaqinlashadi.

XULOSA

Buni hisobga olib, 1-lemmaga asosan quyidagi oʻrinli boʻladi [4]

$$\sigma = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{p}{2}(1-u^2) + \frac{p}{2}(1-v^2) + pO\left(\frac{1}{\sigma_0}\right) + O\left(\frac{1}{\sigma_0^2}\right) + O(p^2) \right| e^{\frac{u^2}{2}(1-r^2)} e^{\frac{y^2}{2}(1-r^2)} \quad (21)$$

(21) dan teorema isboti kelib chiqadi.

ADABIYOTLAR ROʻYXATI

1. Азларов Т.А., Умаров С.Е. Аналог одной теоремы Ю.В.Прохорова для гипергеометрического распределения. Доклады АН. Т.275. № 1 (1984), с.11-13.
2. Азларов Т.А., Умаров С.Е. К асимптотическому поведению гипергеометрического распределения. Докладны АН Уз. № 10 (1981), с.10-11
3. Аренбаев Н.К. Асимптотическое поведение полиномиального распределения. Теория вероятностей и её применение. Т XXI, № 4 (1976), с.826-831.
4. Аренбаев Н.К. Асимптотическое поведение отрицательно-биномиального распределения. Деп. В АИНИТИ, № 2445-81.
5. Биллингсли П. Сходимость вероятностных мер. Москва: Наука, 1977.
6. Колчин В.Ф.. Севастьяное Б.А., Чистяков В.П. Случайные размещения. Москва: Наука, 1976.
7. Колчин В.Ф. Скорость приближения к предельным распределениям в классической задаче о дробинках. Теория вероятностей и её применение. Т.XI, № 1 (1966), с.144-156.
8. Прохоров Ю.В. Асимптотическое поведение биномиального распределения. Успехи математических наук, т.У111, № 3 (1953), с.135-142.
9. Романовский В.И. Об упорядоченных выборках из одной и той же непрерывной совокупности. Труды института математики и механики. Ташкент, 1949, с.5-19.
10. Умаров С.Е. Асимптотическое поведение вероятности гипергеометрического распределения. Доклады АН Уз., № 12 (1980), с.5-7.
11. Умаров С.Е. Асимптотическое сравнение локальных вероятностей многомерного гипергеометрического и полиномиального распределений. Доклады АН Уз., № 6 (1981), с.9-12.
12. Умаров С.Е. Изучение асимптотического поведения гипергеометрического распределения. Деп ВИНИТИ, № 3290-87, с.37.
13. Умаров С.Е. Асимптотическое изучение поведения гипергеометрического распределения. Диссертация. Ташкент, 1985.
14. Азларов Т.А.. Юсупова А.К. Асимптотическое поведение одного распределения В.И.Романовского. Доклады АН Уз. № 8 (1987), с.7-8.