

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIIY TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

FARG'ONA DAVLAT UNIVERSITETI

**FarDU.
ILMIY
XABARLAR**

1995-yildan nashr etiladi
Yilda 6 marta chiqadi

**2024/3--SON
ILOVA TO'PLAM**

**НАУЧНЫЙ
ВЕСТНИК.
ФерГУ**

Издаётся с 1995 года
Выходит 6 раз в год

MATEMATIKA

S.S.Jo'raboyev, M.X.Abdumutalova Tengsizliklarni isbotlashda ehtimollar nazariyasi elementlaridan foydalanish metodikasi	13
Sh.T.Karimov, J.J.Jahongirova Teskari masalalarni yechishning chekli ayirmalar sxemasini teskarilash usuli	18
B.M.Mamadaliev, M.I.Davlatboeva About geometry on subspaces in 2R_5	22
A.O.Mamanazarov, Y.B.Djuraeva The existence of the solution of a boundary value problem for the benjamin, bona and mahony equation including the hilfer fractional differential operator	27
A.M.Mirzaqulov Kompyuterli matematik modellashtirish asoslari	33
A.O.Mamanazarov, D.R.Ibrohimova Vaqt yo'nalishlari turlicha bo'lgan parabolo-giperbolik tenglama uchun chegaraviy masala.....	38

FIZIKA-TEXNIKA

V.R.Rasulov, B.B.Axmedov, I.A.Muminov Elektronlarning energiya spektrini Kroning va Penni usuli yordamida hisoblash	43
M.M.Sobirov, M.M.Kamolova, Q.Q.Muhammadaminov Atmosferadagi quyosh nurlanish oqimi maydonini shakllanishiga begona aralashmalarning ta'siri	49
M.M.Sobirov, J.Y.Roziqov, Q.Q.Muhammadaminov Yarim cheksiz o'lchamdagi kristallarda qutblangan nurlanish oqimini ko'chirilishi.....	55
V.R.Rasulov, I.A.Muminov, G.N.Maqsudova Xoll effektini brilliyen zonalari nazariyasi yordamida o'rganish	60
M.M.Sobirov, V.U.Ro'ziboyev Yer sirtidan qaytgan quyosh nurlanish oqimini atmosferadagi nurlanish maydoniga ta'siri	64
G'R.Raxmatov Infraqizil quritishning mahsulot sifat kattaliklariga ta'siri.....	70
V.U.Ro'ziboyev "Bipolyar tranzistorlarni ulanish va ularning kuchaytirish xususiyatlarini o'rganish" laboratoriya ishida arduinodan foydalanish	75
J.Y.Roziqov Quyosh nurlanishining atmosferada yutilishi va sochilishi. Zaiflashish qonuni	82
O.K.Dehkonova Fizika ta'limi jarayoniga raqamli texnologiyalar va zamonaviy usullarni joriy etish orqali innovatsion infratuzilmasini shakllantirish	86
Q.I.G'aynazarova, T.M.Azimov Uchlamchi qotishmalarning istiqbollari	98
B.U.Omonov Bi_2Te_3/Sb_2Te_3 yarimo'tkazgich yupqa pardalarning termoelektrik xususiyatlari	103
K.E.Onarkulov, G.F.Jo'rayeva Afk elementlarining tuzilishi va xususiyatlarining bog'lanish o'rganish	109
З.Хайдаров, Д.Ш.Гуфророва, С.Х.Мухаммадаминов Исследование преобразовательных и выходных характеристик системы полупроводник – плазма газового разряда с дополнительным сеточным электродом	116
M.Kholdorov, G.Mamirjonova Achievements in the dehydration of fruits and vegetables and the advantages of the methods used	121
M.Kholdorov, G.Mamirjonova Electronic conduction phenomena observed on the surface of semiconductors and metals....	124

**TENGSIKLIKLARNI ISBOTLASHDA EHTIMOLLAR NAZARIYASI ELEMENTLARIDAN FOYDALANISH METODIKASI****МЕТОДИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ ПРИ ДОКАЗАТЕЛЬСТВЕ НЕРАВЕНСТВ****METHODS OF USING ELEMENTS OF PROBABILITY THEORY IN PROVING INEQUALITIES****Jo'raboyev Saidaxbor Solijonovich¹** ¹Farg'ona davlat universiteti, f.m. f.b.f. d., (PhD)**Abdumutalova Madina Xoshimjon qizi²**²Farg'ona davlat universiteti, talabasi**Annotatsiya**

Maqolada ba'zi turdagi tengsizliklarni ehtimollar nazariyasi elementlari yordamida isbotlash usuli keltirib o'tilgan. Ma'lumki, tengsizliklar ko'plab matematik xulosalarni baholash va asoslashda ishlatiluvchi qurol vazifasini bajaradi. Ularni isbotlash usullari esa tadqiqotchi uchun alohida yangi bilim berish bilan birgalikda ko'plab matematik sohalarni integrallashuviga olib keladi. Shu bilan birgalikda har qanday tengsizlikni isbotlash tadqiqotchilardan alohida bilim va metodika talab qiladi. Bu esa bir xil turdagi tengsizliklarni isbotlashning eng samarali usullarini ishab chiqish zaruratini tug'diradi. Shu maqsadda ma'lum ko'rinishdagi tengsizliklar uchun ehtimollar nazariyasi elementlaridan foydalanib isbotlash metodikasi ishlab chiqildi. Ushbu metodika tasodifiy miqdorlarning taqsimot qonuniga va dispersiyasini nomanfiy qiymatlarni qabul qilishiga asoslanadi. Dispersiyaning ushbu xossasidan foydalanib tengsizliklar uchun ma'lum munosabat keltirilgan va to'g'riligi isbotlangan. Ushbu munosabat yordamida berilgan tengsizliklar boshqa usullardan ko'ra qulayroq isbotlanishi bir nechta amaliy masalalarni hal qilish orqali asoslandi. Ushbu tasdiqni umumiy holdagi ko'rinishi yordamida ba'zi murakkab ko'rinishdagi tengsizliklarni ham isbotlash mumkin. Bu esa ehtimollar nazariyasiga oid bilimlar matematikaning boshqa sohalarida ham muhim rol o'ynashini anglatadi.

Аннотация

В статье дан метод доказательства некоторых видов неравенств с использованием элементов теории вероятностей. Известно, что неравенства являются инструментом, используемым при оценке и обосновании многих математических выводов. Методы их доказательства приводят к интеграции многих математических областей и дают исследователю новые знания. В то же время доказательство любого неравенства требует от исследователей специальных знаний и методологии. Это вызывает необходимость производиться наиболее эффективных способов доказательства некоторых типичных неравенств. Для этой цели был разработан метод доказательства с использованием элементов теории вероятностей для неравенств определенного вида. Эта методология основана на законе распределения случайных величин и принятии неотрицательных значений дисперсии. Используя это свойство дисперсии, приводятся и доказываются некоторые соотношения для неравенств. То, что неравенства, даваемые этим соотношением, доказать легче, чем другими методами, было доказано решением ряда практических задач. В общей форме это утверждение можно использовать для доказательства некоторых сложных неравенств. Это означает, что знание теории вероятностей играет важную роль и в других областях математики.

Abstract

The article gives a method for proving certain types of inequalities using elements of probability theory. It is known that inequalities are a tool used in evaluating and justifying many mathematical conclusions. The methods of their proof lead to the integration of many mathematical fields and provide the researcher with new knowledge. At the same time, proving any inequality requires researchers to have special knowledge and methodology. This makes it necessary to develop the most effective ways to prove some typical inequalities. For this purpose, a proof method was developed using elements of probability theory for inequalities of a certain type. This methodology is based on the law of distribution of random variables and the adoption of non-negative variance values. Using this property of dispersion, some relations for inequalities are given and proven. The fact that the inequalities given by this relation are easier to prove than other methods has been proven by solving a number of practical problems. In general form, this statement can be used to prove some complex inequalities. This means that knowledge of probability theory plays an important role in other areas of mathematics.

Kalit so'zlar: Tengsizliklar, matematik kutilma, dispersiya.**Ключевые слова:** Неравенства, математическое ожидание, дисперсия.**Key words:** Inequalities, mathematical expectation, dispersion

KIRISH

Ma'lumki, elementar yoki murakkab ko'rinishdagi tengsizliklarni isbotlash o'quvchiga bu boradagi bilimlarini puxta o'rganish bilan birgalikda matematikaning boshqa sohalariga oid bilimlarini integrallashuviga olib keladi. Ushbu fikrni matematikaga oid ko'plab Respublika va Xalqaro darajadagi musobaqalarda berilgan masalalarni kamida bittasi tengsizliklarni isbotlashga oid ekanligi bilan ham izohlash mumkin. Shu sababdan tengsizliklarni isbotlashga bag'ishlangan ilmiy izlanishlar hozirgi kunda ham matematik olimlar tomonidan yuqori baholanib kelinmoqda.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODOLOGIYA

2000-yilda Longyan universiteti matematika va kompyuter fanlari bo'limi olimlari Fuxua Vey va Shan - Xe Vu tomonidan: "Cheklovli kasr tengsizligining bir nechta isbotlari va umumlashtirishlari" maqolasini nashr ettirildi. Ushbu maqolada 1995-yil Torontoda (Kanada) bo'lib o'tgan 36-IMO ning 2-muammosi uchun o'n xil isbotni keltirilgan, [1]. 5-isbotda mualliflar tasodifiy o'zgaruvchiga asoslangan usuldan foydalanadilar. Keyinroq, ya'ni 2017-yilda Daniel Sitaru va Claudia Nanuti tomonidan ushbu metodika bir nechta tengsizliklarga tadbiiq qilinadi, [2]. Ammo ushbu ishlarni barchasida tadqiqotchilar bir nechta amaliy masalalar bilan cheklanganlar. 2012-yilda Zdarvko Cvetkovski o'zining "Tengsizliklar" nomli asarida deyarli barcha turdagi tengsizliklarni isbotlash texnikasi va ularning tadbiiqlarini keltirib o'tadi, [3].

NATIJA VA MUHOKAMA

Dastlab, Daniel Sitaru va Claudia Nanuti tomonidan taklif etilgan isbotlash texnikasini ba'zi tengsizliklarga tadbiiq qilib ko'ramiz.

Aytaylik, ξ -tasodifiy miqdor, $M\xi$ esa uning matematik kutilmasi bo'lsin. Tasodifiy miqdor qiymatlarini matematik kutilmadan chetlanishining kvadratini matematik kutilmasi ξ tasodifiy miqdorning **dispersiyasi** deyiladi va $D\xi$ ko'rinishida belgilanadi, ya'ni

$$D\xi = M(\xi - M\xi)^2 = M\xi^2 - (M\xi)^2.$$

Ma'lumki, $D\xi \geq 0$ yoki $M\xi^2 \geq (M\xi)^2$ munosabatlar har doim o'rinli [4].

1-misol. Agar x, y, z musbat sonlar bo'lsa, quyidagi tengsizlikni isbotlang:

$$4\sqrt{xy} + 3\sqrt{yz} + 2\sqrt{xz} \leq \sqrt{9(4xy + 3yz + 2xz)}.$$

Isbot. ξ tasodifiy miqdorni quyidagicha kiritamiz:

$$\xi = \begin{cases} \sqrt{xy}; & p_1 = \frac{4}{9}, \\ \sqrt{yz}; & p_2 = \frac{3}{9}, \\ \sqrt{xz}; & p_3 = \frac{2}{9}. \end{cases}$$

ξ ning matematik kutilmasi va dispersiyasini aniqlaymiz:

$$M(\xi) = \frac{4}{9}\sqrt{xy} + \frac{3}{9}\sqrt{yz} + \frac{2}{9}\sqrt{xz},$$

$$M(\xi^2) = \frac{4}{9}xy + \frac{3}{9}yz + \frac{2}{9}xz,$$

$$M(\xi)^2 \leq M(\xi^2),$$

$$\left(\frac{4}{9}\sqrt{xy} + \frac{3}{9}\sqrt{yz} + \frac{2}{9}\sqrt{xz}\right)^2 \leq \frac{4}{9}xy + \frac{3}{9}yz + \frac{2}{9}xz,$$

$$\left(4\sqrt{xy} + 3\sqrt{yz} + 2\sqrt{xz}\right)^2 \leq \frac{81(4xy + 3yz + 2xz)}{9},$$

$$4\sqrt{xy} + 3\sqrt{yz} + 2\sqrt{xz} \leq \sqrt{9(4xy + 3yz + 2xz)}.$$

MATEMATIKA

Berilgan tengsizlik isbotlandi.

2-misol. a va b musbat sonlar uchun, quyidagi tengsizlikni isbotlang:

$$\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2} \leq (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})\sqrt{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}.$$

Isbot. ξ tasodiy miqdorni quyidagicha kiritamiz:

$$\xi = \begin{cases} \sqrt[3]{a}; p_1 = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}, \\ \sqrt[3]{b}; p_2 = \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}. \end{cases}$$

ξ tasodiy miqdorning matematik kutilmasi va dispersiyasini aniqlaymiz:

$$M(\xi) = \frac{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}, \quad M(\xi^2) = \frac{a+b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}},$$

$$M(\xi)^2 \leq M(\xi^2),$$

$$\left[\frac{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} \right]^2 \leq \frac{a+b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} \quad \frac{\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} \leq \sqrt{\frac{a+b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}},$$

$$\left\langle \frac{a+b}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = \frac{(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2} \right\rangle,$$

$$\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2} \leq (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})\sqrt{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}.$$

Berilgan tengsizlik isbotlandi.

Ushbu masalalardan ko'rishimiz mumkinki, taklif etilgan metodika berilgan tengsizliklarga mos tasodiy miqdorni qurish va uning dispersiyasini hisoblashga asoslanadi. Ushbu muloxaza va dispersiyaning yuqorida keltirib o'tilgan xossasidan foydalanib quyidagi tasdiqni isbotlaymiz.

1-tasdiq. Ixtiyoriy $\alpha, \beta, \gamma, A, B, C$ musbat sonlar uchun

$$\alpha\sqrt{A} + \beta\sqrt{B} + \gamma\sqrt{C} \leq \sqrt{(\alpha + \beta + \gamma)(\alpha A + \beta B + \gamma C)} \quad (1)$$

tengsizlik o'rinli bo'ladi.

Isbot. Ushbu munosabatni isbotlash uchun ξ tasodiy miqdorni quyidagicha aniqlaymiz.

$$\xi = \begin{cases} \sqrt{A}; p_1 = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma}, \\ \sqrt{B}; p_2 = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma}, \\ \sqrt{C}; p_3 = \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma}. \end{cases}$$

Bundan foydalanib, ξ tasodiy miqdorning dispersiyasini hisoblaymiz:

$$M(\xi) = \frac{1}{\alpha + \beta + \gamma} (\alpha\sqrt{A} + \beta\sqrt{B} + \gamma\sqrt{C}),$$

$$M(\xi^2) = \frac{1}{\alpha + \beta + \gamma} (\alpha A + \beta B + \gamma C),$$

$$D(\xi) = \frac{1}{\alpha + \beta + \gamma} (\alpha A + \beta B + \gamma C) - \left[\frac{1}{\alpha + \beta + \gamma} (\alpha \sqrt{A} + \beta \sqrt{B} + \gamma \sqrt{C}) \right]^2.$$

Dispersiyani ko'rinishi va $M\xi^2 \geq M(\xi)^2$ munosabatdan (1) tengsizlik o'rinli bo'lishi kelib chiqadi.

3-misol. Quyidagi ifodaning eng katta qiymatini toping: $(a + b + c = 36)$

$$y = \sqrt{2a+1} + \sqrt{2b+3} + \sqrt{2c+5}.$$

Yechish. ξ tasodifiy miqdorni quyidagicha kiritamiz:

$$\xi = \begin{cases} \sqrt{2a+1}; & p_1 = \frac{1}{3}, \\ \sqrt{2b+3}; & p_2 = \frac{1}{3}, \\ \sqrt{2c+5}; & p_3 = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Ushbu tasodifiy miqdor uchun $A = \sqrt{2a+1}$, $B = \sqrt{2b+3}$, $C = \sqrt{2c+5}$ $\alpha = \beta = \gamma = 1$ bo'lishidan va (1) dan

$$\sqrt{2a+1} + \sqrt{2b+3} + \sqrt{2c+5} \leq 9\sqrt{3}$$

tengsizlik kelib chiqadi.

Yuqoridagi tengsizlik shuni ko'rsatadiki, berilgan ifodaning eng katta qiymati $9\sqrt{3}$ ga teng.

4-misol. $x + y + z = 1$ ni qanoatlantiruvchi $x, y, z > 0$ sonlar uchun

$$\sqrt{6x+1} + \sqrt{6y+1} + \sqrt{6z+1} \leq 3\sqrt{3}$$

tengsizlikni isbotlang.

Isbot. ξ tasodifiy miqdorni quyidagi ko'rinishda kiritamiz:

$$\xi = \begin{cases} \sqrt{6x+1}; & p_1 = \frac{1}{3}, \\ \sqrt{6y+1}; & p_2 = \frac{1}{3}, \\ \sqrt{6z+1}; & p_3 = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Ushbu tasodifiy miqdor uchun $A = \sqrt{6x+1}$, $B = \sqrt{6y+1}$, $C = \sqrt{6z+1}$, $\alpha = \beta = \gamma = 1$ bo'lishidan va (1) dan

$$\sqrt{6x+1} + \sqrt{6y+1} + \sqrt{6z+1} \leq 3\sqrt{3}$$

tengsizlik kelib chiqadi.

XULOSA

Xulosa o'rnida isbotlangan tasdiqni umumiy ko'rinishini isbotsiz keltiramiz:

Berilgan $\alpha_i, A_i > 0$ ($i = \overline{1, n}$) shartni qanoatlantiruvchi sonlar uchun

$$\alpha_1 \sqrt{A_1} + \alpha_2 \sqrt{A_2} + \dots + \alpha_n \sqrt{A_n} \leq \sqrt{(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n)(\alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 + \dots + \alpha_n A_n)}$$

tengsizlik o'rinli bo'ladi.

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Shan - He Wu, Mihaly Bencze, Selected problems and theorems of analytic inequalities. Studis Publishing House, Ia,si, Romania, 2012.

MATEMATIKA

2. Zdravko Cvetkovski *Inequalities*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2012
3. Daniel Sitaru and Claudia Nanuti, *A "probabilistic" method for proving inequalities*, *Crux Mathematicorum*, Vol.43(7), September 2017.
4. Sh.Q. Farmonov va boshqalar, *Ehtimolliklar nazariyasi va matematik statistika*, T.: «Cho'lon» NMIU, «Tafakkur-Bo'stoni», 2012.-208 b
5. Jo'raboyev S.S, Abdumutalova X.M., *Tengsizliklarni isbotlashda ehtimollar nazariyasi elementlaridan foydalanish usullari*, «Amaliy matematika, matematik modellashtirish va informatikaning dolzarb muammolari» Respublika ilmiy konferentsiyasi ma'ruzalar to'plami. – Nukus «NUR-TURAN PRINT» nashriyoti, 2024, 498 bet.