

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

**FarDU.
ILMIY
XABARLAR-**

1995 йилдан нашр этилади
Йилда 6 марта чиқади

— 2-2020 —

**НАУЧНЫЙ
ВЕСТНИК.
ФерГУ**

Издаётся с 1995 года
Выходит 6 раз в год

Ш.Норов	
Ўзбекистонда ёшларга оид давлат сиёсати қонунчилигининг тарихий шаклланиши.....	79
К.Тошов	
Иккинчи жаҳон уруши йилларида сурхон воҳаси меҳнаткашларининг фронт ортидаги фаолияти	84
Г.Эгамбердиева	
Ўзбекистонда туризм соҳасини ислоҳ қилиш бошқичлари (XX асрнинг иккинчи ярми – XXI асрнинг биринчи чораги)	89
И.Ғуломов	
1926 йили Ўзбекистон ССР аҳолисини рўйхатга олиш тадбирининг якунлари айрим рақамларда	94

АДАБИЁТШУНОСЛИК

О.Туйчиева	
«Жавоҳир ул-ажойиб» аёлларга аталган илк тазкира сифатида	99
З.Яхшиева	
Тетралогияда тарихий ҳақиқат ва пафоснинг уйғунлиги.....	103
Ф.Икромхонова	
АҚШ адабиётида тарихий асарнинг шаклланиши	107
О.Дадажонов	
Жадид драмасида таълим-тарбия масаласи ва қаҳрамон талқини	111

ТИЛШУНОСЛИК

С.Хашимова	
Хитой тилида редупликатив феълларнинг маъноси ва қўлланилиш хусусиятлари.....	114
О.Бегимов	
Жанубий Ўзбекистон орообъектларининг номланишида диний тушунча ва тасаввурларнинг мотивланиши.....	119
З.Акбарова	
Олам лисоний манзарасига доир қарашлар таҳлили	124
Г.Ҳакимова	
Инглиз ва ўзбек тилларидаги зоонимик компонентли фразеологик бирликларнинг семантик таҳлили ва уларнинг миллий-маданий хусусиятлари	129
У.Раҳмонов	
Инглиз тилида ҳақоратни ифодаловчи эмоционал сўзлар таҳлили.....	133
А.Уралов	
Морфемалар тизимида аффиксоидлар масаласи	138

ПЕДАГОГИКА, ПСИХОЛОГИЯ

Л.Аҳмедова	
Олий таълим жараёнида инглиз тилини ўқитишда ўйин методлари: назария ва амалиёт	143
С.Сидиков, Г.Сидикова, А.Қосимов	
Кичик ёшдаги мактаб ўқувчиларининг моторли хусусиятларини ривожлантиришда акцентланган дарсларининг самарадорлиги	150

ИЛМИЙ АХБОРОТ

Г.Тиллабаева	
Юкланган Бернулли тенгламаси учун интеграл шартли масала.....	155
О.Ахмаджонова	
Бессел-Клиффорд функцияларининг баъзи умумлашмалари ва уларнинг хоссалари	160
К.Ражапов, И.Хомидов	
Муаммоли геометрик масалаларни алгебраик тенгламалардан фойдаланиб ечиш	163

ЮКЛАНГАН БЕРНУЛЛИ ТЕНГЛАМАСИ УЧУН ИНТЕГРАЛ ШАРТЛИ МАСАЛА
ЗАДАЧА С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ
БЕРНУЛЛИ
AN INTEGRAL CONDITIONED PROBLEM FOR THE UPLOADED EQUATION OF
BERNULLI

Г.Тиллабаева

Аннотация

Мақолада юкланган Бернулли тенгламаси учун интеграл шартли масала ечимини топиш усули баён қилинган.

Аннотация

В данной статье описывается метод нахождения решения задачи с интегральным условием для уравнения Бернулли.

Annotation

In this article, explaining a method of solving the integral conditioned problem for the equation of Bernulli.

Таянч сўз ва иборалар: оддий дифференциал тенглама, Бернулли тенгламаси, интеграл шартли масала.

Ключевые слова и выражения: обыкновенное дифференциальное уравнение, уравнение Бернулли, интегральная задача.

Keywords and expressions: a simple differential equation, equation of Bernulli, an integral conditioned problem.

Одатда дифференциал тенгламада номаълум функция ва унинг ҳосиласи билан бирга унинг бир ёки бир неча нуқтадаги қийматлари қатнашса, у юкланган дифференциал тенглама дейилади [1]. Биз бу мақолада юкланган Бернулли тенгламаси учун интеграл шартли масалани ўрганамиз.

Фараз қилайлик, $P(x)$, $Q_1(x)$, $Q_2(x)$, ..., $Q_n(x)$ - $[a, b]$ ($-\infty < a < b < +\infty$) кесмада аниқланган ва узлуксиз функциялар, x_1, x_2, \dots, x_{n-1} , лар берилган ҳақиқий сонлар бўлиб, $a = x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$ бўлсин. У ҳолда, агар $y = y(x)$ номаълум функция бўлса, ушбу тенглик

$$y'(x) + P(x)y(x) = y^{2k}(x) \sum_{m=1}^n y^{1+2k}(x_m) Q_m(x), x \in (a, b) \quad (1)$$

юкланган Бернулли тенгламаси бўлади, бу ерда $k = const \in \mathbb{N}$.

Масала. (1) тенгламанинг $[a, b]$ кесмада аниқланган, узлуксиз ва

$$\alpha y^{1+2k}(a) + \beta \int_a^b y^{1+2k}(x) dx = k_1 \quad (2)$$

шартни қаноатлантирувчи ечими топилсин, бу ерда α , β , k_1 берилган ҳақиқий сонлар

бўлиб, $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$, $\alpha\beta \geq 0$.

*Г.Тиллабаева – ФарДУ, физика-математика факультети
математика ўқитиш методикаси йўналиши талабаси.*

Бу масаладан $\beta = 0$ да (1) тенглама учун бошланғич масала, $\alpha = 0$ бўлганда эса биринчи тур интеграл шартли масала келиб чиқади.

Ечиш. Масала ечимини топиш учун аввал (1) тенгламанинг умумий ечимини топиб оламиз. Бунинг учун $s(x) = y^{1+2k}(x)$, $y(x) = s^{1/(1+2k)}(x)$ алмаштириш бажарамиз. У ҳолда (1) тенгламадан

$$s' + (1 + 2k)P(x)s = (1 + 2k) \sum_{m=1}^n y^{1+2k}(x_m) Q_m(x) \quad (3)$$

тенглама келиб чиқади.

(3) тенгламанинг ечимини $s(x) = u(x) \cdot v(x)$ кўринишда излаймиз. Унда $s'(x) = u'v + uv'$ бўлиб, (3) дан

$$u'v + uv' + (1 + 2k) \cdot P(x)u \cdot v = (1 + 2k) \sum_{m=1}^n y^{1+2k}(x_m) Q_m(x)$$

тенглама келиб чиқади.

Бу ердан $u(x)$ ва $v(x)$ ларни топиш учун қуйидаги системага эга бўламиз:

$$\begin{cases} v' + (1 + 2k)P(x)v = 0, \\ u'v = (1 + 2k) \sum_{m=1}^n y^{1+2k}(x_m) Q_m(x). \end{cases}$$

Бу системадан

$$\begin{cases} v(x) = e^{-\int_a^x (1+2k)P(z)dz} \cdot v(a), \\ u(x) = \frac{1}{v(a)} \left[\int_a^x (1 + 2k) \sum_{m=1}^n y^{1+2k}(x_m) Q_m(t) \cdot e^{\int_a^t (1+2k)P(z)dz} dt \right] + u(a) \end{cases}$$

келиб чиқади. Буларни $s(x) = u(x) \cdot v(x)$ тенгликка қўйиб, (3) тенгламанинг умумий ечими формуласига эга бўламиз:

$$s(x) = e^{-\int_a^x (1+2k)P(z)dz} \left[(1 + 2k) \sum_{m=1}^n y^{1+2k}(x_m) \int_a^x Q_m(t) e^{\int_a^t (1+2k)P(z)dz} dt + s(a) \right].$$

Энди $s(x) = y^{1+2k}(x)$ белгилашга асосан $y(x)$ ни топадиган бўлсак, (1) тенгламанинг умумий ечими қуйидагича топилади:

$$y(x) = \left\{ e^{-\int_a^x (1+2k)P(z)dz} \left[(1+2k) \sum_{m=1}^n y^{1+2k}(x_m) \int_a^x Q_m(t) e^{\int_a^t (1+2k)P(z)dz} dt + y^{1+2k}(a) \right] \right\}^{\frac{1}{1+2k}} \quad (4)$$

Бу функцияни (2) шартга бўйсундириб, $y^{1+2k}(a)$ нинг коэффициентларини йиғамиз:

$$y^{1+2k}(a) \left[\alpha + \beta \int_a^b e^{-\int_a^\xi (1+2k)P(z)dz} d\xi \right] = k_1 - \beta(1+2k) \sum_{m=1}^n y^{1+2k}(x_m) \int_a^b d\xi \int_a^\xi Q_m(t) e^{\int_\xi^t (1+2k)P(z)dz} dt.$$

$\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$, $\alpha\beta \geq 0$ шартга асосан $y^{1+2k}(a)$ нинг коэффициенти нолга тенг эмас.

Шунинг учун охириги тенгликдан $y^{1+2k}(a)$ бир қийматли топилади:

$$y^{1+2k}(a) = \frac{k_1 - \beta(1+2k) \sum_{m=1}^n y^{1+2k}(x_m) \int_a^b d\xi \int_a^\xi Q_m(t) e^{\int_\xi^t (1+2k)P(z)dz} dt}{\alpha + \beta \int_a^b e^{-\int_a^\xi (1+2k)P(z)dz} d\xi}. \quad (5)$$

(5) тенгликни (1) тенгламанинг умумий ечимига қўйиб, қуйидаги тенгликка эга бўламиз:

$$y^{1+2k}(x) = (1+2k) \sum_{m=1}^n y^{1+2k}(x_m) \int_a^x Q_m(t) e^{\int_x^t (1+2k)P(z)dz} dt + k_1 - \beta(1+2k) \sum_{m=1}^n y^{1+2k}(x_m) \int_a^b d\xi \int_a^\xi Q_m(t) e^{\int_\xi^t (1+2k)P(z)dz} dt + \frac{e^{\int_a^x (1+2k)P(z)dz} \left[\alpha + \beta \int_a^b e^{-\int_a^\xi (1+2k)P(z)dz} d\xi \right]}{e^{\int_a^x (1+2k)P(z)dz}}.$$

Бу тенгликдан $x = x_j$, $j = \overline{1, n}$ нуқталарда қуйидаги тенгликлар келиб чиқади:

$$y^{1+2k}(x_j) = (1+2k) \sum_{m=1}^n y^{1+2k}(x_m) \int_a^{x_j} Q_m(t) e^{\int_{x_j}^t (1+2k)P(z)dz} dt +$$

$$+ \frac{k_1 - \beta(1+2k) \sum_{m=1}^n y^{1+2k}(x_m) \int_a^b d\xi \int_a^\xi Q_m(t) e^{\int_\xi^t P(z) dz}}{e^{\int_a^{x_j} P(z) dz} \left[\alpha + \beta \int_a^b e^{-\int_a^\xi P(z) dz} d\xi \right]}, \quad j = \overline{1, n}.$$

Бу тенгликларни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$y^{1+2k}(x_j) - (1+2k) \sum_{m=1}^n y^{1+2k}(x_m) \int_a^{x_j} Q_m(t) e^{\int_{x_j}^t P(z) dz} dt =$$

$$= \frac{k_1 - \beta(1+2k) \sum_{m=1}^n y^{1+2k}(x_m) \int_a^b d\xi \int_a^\xi Q_m(t) e^{\int_\xi^t P(z) dz} dt}{e^{\int_a^{x_j} P(z) dz} \left[\alpha + \beta \int_a^b e^{-\int_a^\xi P(z) dz} d\xi \right]}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (6)$$

Агар ушбу белгилашларни киритсак,

$$(1+2k) \int_a^{x_j} Q_m(t) e^{\int_{x_j}^t P(z) dz} dt = A_{jm}, \quad j, m = \overline{1, n},$$

$$\frac{k_1 - \beta(1+2k) \sum_{m=1}^n y^{1+2k}(x_m) \int_a^b d\xi \int_a^\xi Q_m(t) e^{\int_\xi^t P(z) dz} dt}{e^{\int_a^{x_j} P(z) dz} \left[\alpha + \beta \int_a^b e^{-\int_a^\xi P(z) dz} d\xi \right]} = B_j, \quad j = \overline{1, n},$$

(6) тенгликни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$y^{1+2k}(x_j) - \sum_{m=1}^n y^{1+2k}(x_m) A_{jm} = B_j, \quad j, m = \overline{1, n}. \quad (7)$$

(7) - $y^{1+2k}(x_j)$, $j = \overline{1, n}$ ларга нисбатан n номаълумли n та чизиқли тенгламалар системаси бўлиб, унинг асосий детерминанти қуйидагидан иборат:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 - A_{11} & A_{12} & A_{13} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & 1 - A_{22} & A_{23} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & A_{n3} & \dots & 1 - A_{nn} \end{vmatrix}$$

Δ_j билан Δ нинг j устунини B_j , $j = \overline{1, n}$ сонлар билан алмаштиришдан ҳосил бўлган детерминантни белгилайлик. У ҳолда, агар

1) $\Delta \neq 0$ бўлса, (7) тенгламалар системаси ягона ечимга эга бўлади.

2) $\Delta = 0$, $\Delta_j = 0$, $j = \overline{1, n}$ бўлса, (7) тенгламалар системаси чексиз кўп ечимларга эга бўлади.

3) $\Delta = 0$, $\Delta_s \neq 0$, $s \in N$, $1 \leq s \leq n$ бўлса, (7), тенгламалар системаси ечимга эга бўлмайди.

Юқорида баён қилинганлардан қуйидаги теорема келиб чиқади:

Теорема. Агар $\Delta \neq 0$ бўлса, $\{(1), (2)\}$ масала ягона ечимга, агар $\Delta = 0$, $\Delta_j = 0$, $j = \overline{1, n}$ бўлса, чексиз кўп ечимларга эга бўлади.

Теорема шартлари бажарилганда (7) тенгламалар системасидан топилган $y^{1+2k}(x_j)$, $j = \overline{1, n}$ ларни (4) тенгликка қўйиб, $\{(1), (2)\}$ масала ечимини топамиз.

Адабиётлар:

1. Бойқузиёв Қ.Б. Дифференциал тенгламалар. – Т.: Ўқитувчи, 1983.
2. Курош А.К. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1968.

(Тақризчи: А.Ўринов – физика математика фанлари доктори, профессор)