

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

**FarDU.
ILMIY
XABARLAR-**

1995 йилдан нашр этилади
Йилда 6 марта чиқади

3-2018
ИЮНЬ

**НАУЧНЫЙ
ВЕСТНИК.
ФерГУ**

Издаётся с 1995 года
Выходит 6 раз в год

АДАБИЁТШУНОСЛИК

З.ПАРДАЕВА	
Роман жанрининг культурологик қиёфаси	63
С.ҚУРОНОВ	
Исажон Султон романларида олам ва одам концепцияси.....	66
Ф.ДАДАБАЕВА	
Абдулла Қодирийнинг “Ўткан кунлар” асарида портрет ва сифатлашлар таржимаси.....	69
М.ЖУРАЕВА	
Кундош образининг замонавий талқини.....	72

ТИЛШУНОСЛИК

А.МАМАЖОНОВ, Д.ТЕШАБОВ	
Қўшма гаплар семантикасига доир баъзи мулоҳазалар	76
Д.ТУРДАЛИЕВА	
Лисоний имконият ва бадий санъат	79
Н.АБДУЛЛАЕВА	
Синтактик градуонимия.....	84

ПЕДАГОГИКА, ПСИХОЛОГИЯ

А.ХОЖИМИРЗАЕВ	
Мактабгача таълим муассасаларида асосий гимнастика воситаларининг ўрни	87
Р.ДЖАЛИЛОВА	
Ўрта Осиё меъморчилигида наққошлик санъатининг тарихий ва замонавий моҳияти.....	92

ИЛМИЙ АХБОРОТ

К.ҚОДИРОВ, Т.БАКИРОВ, Ҳ.ҚОДИРОВА	
Математик фанларни ўқитишда улар орасидаги узвийликни очиб бериш ҳамда ўзаро алоқадорликдан фойдаланиш.....	95
Л.РАХИМОВА	
Ядросида Бессель функцияси қатнашган ўрамсиз операторлар ва уларнинг хоссалари	99
М.РАХИМОВ, Ф.ТУХТАСИНОВ	
Жадал технология шароитида четдан келтирилган сигирларнинг сут маҳсулдорлигига боқув технологиясининг таъсири	101
А.ЭРМАТОВ	
Корхона захира (резерв) капиталининг бухгалтерия ҳисобини такомиллаштириш	103
Л.БЕГИМҚУЛОВА	
Шоҳруҳ Мирзонинг давлатчилик фаолиятига оид айрим мулоҳазалар.....	106
М. УСМАНОВА	
Нутқ фаолиятининг хусусиятлари ва ривожланиши	108
Ҳ.ЖУРАЕВ, И.АБДУРАҲИМОВА	
Бобур лирикасида ифоданинг маъно қатламлари	111
Н.ТОШЕВА	
Халқ топишмоқлари эпиграф сифатида.....	113
Г.РОЗИҚОВА	
Ноодатий боғланиш – услубий восита сифатида.....	116
З.АКБАРОВА, Ш.АНВАРҲУЖАЕВА	
Нутқ маданияти масалаларининг ўрганилишига доир.....	118
Ш.АСКАРОВА	
Немис тили дарсларида лексикани ўргатиш методлари.....	120
М. КАРИМОВА, И.МЕРГАНОВ	
Ўрта асрлардаги педагогик фикрларнинг маънавий моҳияти.....	123

АДАБИЙ ТАҚВИМ

Илмга бахшида умр.....	126
-------------------------------	-----

ЯДРОСИДА БЕССЕЛЬ ФУНКЦИЯСИ ҚАТНАШГАН ЎРАМСИЗ ОПЕРАТОРЛАР ВА УЛАРНИНГ ХОССАЛАРИ

Л.Рахимова

Аннотация

Ушбу мақолада ядросида Бессель функцияси қатнашган иккита ўрамсиз интеграл операторлар ва уларнинг композицион хоссалари ўрганилган.

Аннотация

В статье исследованы композиционные свойства двух не свёрточных интегральных операторов с участием функции Бесселя в ядре.

Annotation

In the paper two packing integral operators which are including Bessel functions in the kernel and their compositional features are investigated.

Таянч сўз ва иборалар: Бессель-Клиффорд функцияси, ўрамсиз операторлар, каср тартибли операторлар.

Ключевые слова и выражения: функция Бесселя-Клиффорда, не свёрточные операторы, оператор дробного порядка.

Keywords and expressions: Bessel-Clifford function, packing operators, operators of fractional order.

Ядросида Бессель функцияси қатнашган қуйидаги иккита ўрамсиз интеграл операторларни қараймиз [1.702]:

$$\bar{J}_{\alpha,\lambda}^+ f(x) \equiv \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x (x-t)^{\alpha-1} \bar{J}_{\alpha-1}(\lambda\sqrt{t(x-t)}) f(t) dt, \quad (1)$$

$$\bar{I}_{\alpha,\lambda}^- f(x) \equiv \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x (x-t)^{\alpha-1} \bar{I}_{\alpha-1}(\lambda\sqrt{x(x-t)}) f(t) dt, \quad (2)$$

бу ерда $\alpha \in R, \alpha > 0, \bar{J}_\nu(z)$ – Бессел-Клиффорд функцияси бўлиб, $J_\nu(z)$ – Бессел функцияси орқали ушбу

$$\bar{J}_\nu(z) = \Gamma(\nu+1)(z/2)^{-\nu} J_\nu(z)$$

тенглик билан ифодаланилади. $\bar{I}_\nu(z) = \bar{J}_\nu(iz)$ мавҳум аргументли Бессель-Клиффорд функцияси, $\Gamma(\alpha)$ - Эйлернинг гамма функцияси.

Бундан ташқари қуйидаги операторларни ҳам қараш мумкин:

$$\bar{I}_{\alpha,\lambda}^+ = \bar{J}_{\alpha,i\lambda}^+ \quad \bar{J}_{\alpha,\lambda}^- = \bar{I}_{\alpha,i\lambda}^- \quad (3)$$

бу ерда i – мавҳум бирлик, $i^2 = -1$.

Бессель-Клиффорд функциясининг $J_\nu(0) = 1$ хоссасидан фойдаланиб, $\lambda = 0$ бўлганда қуйидаги тенгликларни ҳосил қиламиз:

$$\bar{J}_{\alpha,0}^+ = \bar{I}_{\alpha,0}^+ = \bar{J}_{\alpha,0}^- = \bar{I}_{\alpha,0}^- = \bar{I}_{0,+}^\alpha,$$

бу ерда $\bar{I}_{0,+}^\alpha$ каср тартибли Риман-Лиувилл операторлари [1]:

$$\bar{I}_{0,+}^\alpha f(x) \equiv \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^x (x-t)^{\alpha-1} f(t) dt, \quad \alpha > 0 \quad (4)$$

Энди (4) операторлар билан (1) ва (2) операторларнинг композициясини ўрганамиз. Бунда қуйидаги теорема ўринли бўлади.

1-теорема. Айтайлик $\alpha > 0, f(x) \in L_p(0, b), b < \infty, p \geq 1$ бўлсин. Агар $\beta > 0$ бўлса, у ҳолда, қуйидаги тенгликлар ўринли бўлади:

$$I_{0,+}^\beta \bar{J}_{\alpha,\lambda}^+ f(x) = \bar{J}_{\alpha+\beta,\lambda}^- f(x), \quad (5)$$

$$\bar{I}_{\alpha,\lambda}^- I_{0,+}^\beta f(x) = \bar{I}_{\alpha+\beta,\lambda}^- f(x). \quad (6)$$

Исбот. Олдин (5) тенгликни исботлайлик. (1) ва (4) ларни эътиборга олсак, қуйидаги

$$I_{0,+}^\beta \bar{J}_{\alpha,\lambda}^+ f(x) \equiv \frac{1}{\Gamma(\beta)} \int_0^x (x-t)^{\beta-1} \left\{ \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-s)^{\alpha-1} \times \bar{J}_{\alpha-1}(\lambda\sqrt{s(t-s)}) f(s) ds \right\} dt$$

тенглик ўринли.

Л.Рахимова – ФарДУ математик анализ мутахассислиги 2-босқич магистранти.

Такрорий интегралларда Дирихле формуласини қўллаб, интеграллаш тартибини ўзгартирсак, охири тенгликдан

$$I_{0+}^{\beta} \bar{J}_{\alpha, \lambda}^{+} f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^x f(s) ds \int_s^x (x-t)^{\beta-1} (t-s)^{\alpha-1} \times \\ \times \bar{J}_{\alpha-1}(\lambda\sqrt{s(t-s)}) dt = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^x f(s) q(x, s) ds, \quad (7)$$

тенгликка эга бўламиз, бу ерда

$$q(x, s) = \int_0^x f(s) ds \int_s^x (x-t)^{\beta-1} (t-s)^{\alpha-1} \bar{J}_{\alpha-1}(\lambda\sqrt{s(t-s)}) dt.$$

Охири интегрални ҳисоблашда Бессел-Клиффорд функциясининг қатор кўринишидан, яъни:

$$\bar{J}_v(z) = \bar{I}_v(iz) = \Gamma(v+1) \left(\frac{z}{2}\right)^{-v} J_v(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-z^2/4)^k}{(v+1)_k k!}.$$

У ҳолда,

$$q(x, s) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{[-\lambda^2 s/4]^k}{(\alpha)_k k!} \int_s^x (x-t)^{\beta-1} (t-s)^{\alpha+k-1} dt$$

формулалардан фойдаланамиз.

Охири интегралда $t = x - (x-s)\theta$ алмаштириб бажариб, бир қанча ҳисоблашни амалга оширганимиздан сўнг қуйидагига эга бўламиз:

$$q(x, s) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{[-\lambda^2 s/4]^k}{(\alpha)_k k!} \frac{\Gamma(\alpha+k)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta+k)} (x-s)^{\alpha+\beta+k-1} = \\ = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)} (x-s)^{\alpha+\beta-1} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{[-\lambda^2 s/4]^k}{(\alpha+\beta)_k k!} [s(x-s)]^k = \\ = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)} (x-s)^{\alpha+\beta-1} \bar{J}_{\alpha+\beta-1}(\lambda\sqrt{s(x-s)})$$

$q(x, s)$ нинг топилган ифодасини (7) тенгликка қўйиб, (5) тенгликнинг тўғри эканлигига ишонч ҳосил қиламиз. (6) тенглик ҳам худди шундай исботланади. 1-теорема исбот бўлди.

Энди (1) ва (2) операторларни М.С.Салохитдинов ва А.Қ.Ўриновлар томонидан киритилган [2.168], ушбу

$$A_{\alpha x}^{n, \lambda} f(x) = f(x) - \int_a^x f(t) \left(\frac{t-a}{x-a}\right)^n \frac{\partial}{\partial t} J_0(\lambda\sqrt{(x-a)(x-t)}) dt, \quad (8)$$

$$B_{\alpha x}^{n, \lambda} f(x) = f(x) + \int_a^x f(t) \left(\frac{x-a}{t-a}\right)^{1-n} \frac{\partial}{\partial t} J_0(\lambda\sqrt{(t-a)(t-x)}) dt, \quad (9)$$

операторлар ва (4) оператор композицияси кўринишида ифодалаш мумкинлигини кўрсатамиз, бу ерда $J_0(t)$ – Бессель функцияси, $n = 0, 1$.

Қуйидаги теорема ўринли.

2-теорема . Айтайлик $\alpha > 0, f(x) \in L_p(0, b), b < \infty, p \geq 1$ бўлсин. У ҳолда, қуйидаги формула ўринли бўлади:

$$\bar{J}_{\alpha, \lambda}^{+} f(x) = I_{0+}^{\alpha} B_{0x}^{1, \lambda} f(x). \quad (10)$$

Ушбу теорема юқоридаги 1-теореманинг исботи каби Бессель функциясининг қаторга ёйилмасидан фойдаланиб исботланади. (1) ва (2) кўринишдаги ўрамсиз операторларни ихтиёрий $\alpha > 0$ учун ўрганишда (8) ва (9) операторлар муҳим аҳамиятга эга эканлигини кўрсатмоқда.

(10) кўринишдаги тенгликларни қолган (1) ва (2) кўринишдаги операторлар учун ҳам исботлаш мумкин.

Адабиётлар:

1. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и их некоторые приложения. – Минск: Науки и техника, 1987.
2. Салохитдинов М.С., Ўринов А.Қ. Краевые задачи для уравнений смешанного типа со спектральным параметром. – Т.: ФАН, 1997.

(Тақризчи: А.Ўринов, физика-математика фанлари доктори, профессор).