

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ФАРГОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

**FarDU.
ILMIY
XABARLAR-**

1995 йилдан нашр этилади
Йилда 6 марта чиқади

3-2018
июнь

**НАУЧНЫЙ
ВЕСТНИК.
ФерГУ**

Издаётся с 1995 года
Выходит 6 раз в год

Аниқ ва табиий фанлар

МАТЕМАТИКА

А.ЮСУПОВА, М.РАҲМОНҚУЛОВА

Вазифаларни баҳолаш учун функцияларнинг хусусиятларидан фойдаланиш 5
М.АБДУМАННОПОВ

Иккинчи тартибли оддий дифференциал тенглама учун Бицадзе-Самарский ва биринчи тур интеграл шартли масала..... 10

ФИЗИКА, ТЕХНИКА

Р.Х.МАКСУДОВ, Ш.ШУХРАТОВ, Ш. ХОЛДОРОВ

Чўзилувчан камарли узатувчи механизм таранглигини ҳисоблашнинг бир усули ҳақида 14

КИМЁ

Л.ИЛЬИНА, Г.ЛАПТЕВ, Е.ИЙЛДИРИМ, С.ЗАЙЦЕВ

Кортекснинг ишлов берилмаган микроорганизмларини молекуляр генетик таҳлил қилиш учун ДНКни изоляциялаш ва тозалаш усулларини оптималлаштириш..... 20

Х.ХАЙТБАЕВ, Б.БАБАЕВ, И.ЮЛДАШЕВ, А.ХАЙТБАЕВ

Трифенилфосфин бромидли комплекс туз синтези 24

БИОЛОГИЯ, ҚИШЛОҚ ХЎЖАЛИГИ

Б.ШЕРАЛИЕВ, З.ПЕНГ

Сирдарёдан тутилиб ўрганилган оддий қора балиқнинг Schizothoraxcurvifrons (Heckel, 1838) тана массаси ва тана узунлиги ўртасидаги боғлиқлик ҳамда нисбий тўйинганлик коэффициенти..... 27

ГЕОГРАФИЯ, ТУПРОҚШУНОСЛИК

Р.ПИРНАЗАРОВ

Ўрта Осиёдаги тўғонли кўллар ва уларнинг генезиси ҳақида..... 32

Ижтимоий-гуманитар фанлар

ИҚТИСОДИЁТ

М.АДҲАМОВ

Сифат – иқтисодий ўсиш омилларидан бири 36

А.ФОФУРОВ, Г.ХАЛМАТЖАНОВА

Кимё саноатини модернизация қилиш ва уни самарали ишлатишнинг инновацион жараёнига оид халқаро тажриба..... 40

ТАРИХ

С.ХОШИМОВ

Шўро ҳокимиётининг Бухородаги куч ишлатиш органлари тарихидан 45

Б.УСМОНОВ

Чукалак жанги 49

Х.ЖЎРАЕВ

Россия империясининг Фарғона водийсига рус аҳолисини кўчириб келтириш сиёсати тарихидан. (“Туркистон тўплами” манбалари асосида) 53

С.ИУЛДОШЕВ

Халқ ўйинлари- маънавий тафаккур омили 56

ФАЛСАФА, СИЁСАТ

У.НАЗИРОВ

Этномаданият ривожида анъананинг ўрни 60

УДК 517.927

ИККИНЧИ ТАРТИБЛИ ОДДИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМА УЧУН БИЦАДЗЕ-САМАРСКИЙ ВА БИРИНЧИ ТУР ИНТЕГРАЛ ШАРТЛИ МАСАЛА

М.Абдуманнолов

Аннотация

Ушбу мақолада иккинчи тартибли оддий дифференциал тенглама учун Бицадзе-Самарский шартли ва биринчи тур интеграл шартли масала ўрганилган.

Аннотация

В настоящей работе изучена задача с интегральным условием первого рода и условием Бицадзе-Самарского для простого дифференциального уравнения второго порядка.

Annotation

In the paper, a problem with Bitsadze-Samarski condition and first-type integral condition for the second order ordinary differential equation is studied.

Таянч сүз ва иборалар: дифференциал тенглама, чегаравий масала, Бицадзе-Самарский шарти, интеграл шарти, интеграл тенглама.

Ключевые слова и выражения: дифференциальное уравнение, краевая задача, условие Бицадзе-Самарского, интегральное условие, интегральное уравнение.

Keywords and expressions: differential equation, boundary-value problem, Bitsadze-Samarski condition , integral condition, integral equation.

Иккинчи тартибли чизиқли ушбу

$$y''(x) + b(x)y'(x) + c(x)y(x) = f(x), \quad x \in (-1,1) \quad (1)$$

дифференциал тенгламани қарайлик, бу ерда $b(x), c(x), f(x)$ -берилган узлуксиз функциялар, $y = y(x)$ -номаълум функция.

BSI масала. (1) тенгламанинг $C[-1,1] \cap C^2(-1,1)$ синфга тегишли шундай ечими топилсинки, у

$$y(-1) = \alpha y(\eta) + k_1, \quad (2)$$

$$\int_{\beta}^1 y(\xi) d\xi = k_2 \quad (3)$$

шартларни қаноатлантирусин, бу ерда η, α, k_1 ва k_2 - берилган ҳақиқий сонлар бўлиб, $\eta, \beta \in (-1,1), \eta < \beta$.

$\eta \in (-1,1)$ бўлганлиги учун $\alpha \neq 0$ бўлганда (1.11)-Бицадзе-Самарский шарти бўлади. Одатда (3) кўринишдаги тенглик 1-тур интеграл шарт, дейилади [1.164].

1-лемма. Агар (x_0, x_1) оралиқда $c(x) < 0$ тенгсизлик бажарилса,

$$y''(x) + b(x)y'(x) + c(x)y(x) = 0 \quad x \in (x_0, x_1) \quad (1')$$

бир жинсли тенгламанинг ечими (x_0, x_1) оралиқда мусбат максимум ва манфиий минимумга эришмайди.

Исбот. Фараз қиласлик (1') тенгламанинг $y(x)$ ечими $x = z \in (x_0, x_1)$ нуқтада мусбат максимумга (манфиий минимумга) эришсин. У ҳолда $y''(z) \leq 0 (\geq 0)$, $y'(z) = 0$, $c(z)y(z) < 0 (> 0)$ тенгсизликлар ўринли бўлади. Булардан қуйидаги тенгсизликнинг ҳам ўринли эканлиги келиб чиқади:

$$y''(z) + b(z)y'(z) + c(z)y(z) < 0 (> 0).$$

М.Абдуманнолов – ФарДУ физика-математика факультети 4-курс
тадаббаси.

МАТЕМАТИКА

Бу эса (1') тенгламага зиддир. Демак, фаразимиз нотұғри. 1-лемма исботланди.

2-лемма. Агар $g(x)$ функция $[x_0, x_1]$ сегментда узлуксиз бўлиб,

$$\int_{x_0}^{x_1} g(x) dx = 0 \quad (4)$$

тенгликни қаноатлантируса, у ҳолда шундай $z \in (x_0, x_1)$ сон мавжудки, $g(z) = 0$ тенглик ўринли бўлади.

Исбот. Агар $[x_0, x_1]$ сегментда $g(x) \geq 0$ ёки $g(x) \leq 0$ бўлса, (4) тенглик ўринли бўлмайди. Фараз қилайлик, (4) тенглик бажарилсин. Унда 2 та ҳол бўлиши мумкин: 1) $g(x) \equiv 0$, $x \in [x_0, x_1]$. Бунда теорема исбот бўлади ва z сифатида (x_0, x_1) оралиқдаги ихтиёрий сонни олиш мумкин. 2) $g(x)$ - $[x_0, x_1]$ сегментда ишораси алмашинувчи функция. Унда $g(x) \in C[x_0, x_1]$ бўлганлиги учун шундай $z \in (x_0, x_1)$ сон мавжуд бўладики, бунда $g(z) = 0$ тенглик ўринли бўлади. 2-лемма исботланди.

3-лемма. Агар $c(x) < 0$, $x \in (-1, x_0)$ ва $|\alpha| \leq 1$ тенгсизликлар ўринли бўлса,

$$y''(x) + b(x)y'(x) + c(x)y(x) = 0, \quad x \in (-1, x_0); \quad (5)$$

$$y(-1) = \alpha y(\eta), \quad y(x_0) = 0 \quad (6)$$

масала фақат тривиал ечимга эга бўлади.

Исбот. Тескаридан фараз қилайлик: $\{(5), (6)\}$ масала $y(x) \neq 0$, $x \in [-1, x_0]$ ечимга эга бўлсин, у ҳолда, Вейерштрасс теоремасига асосан [2], шундай $z \in [-1, x_0]$ сон мавжудки, қуйидаги тенгсизлик ўринли бўлади:

$$\sup_{[-1, x_0]} |y(x)| = |y(z)| > 0.$$

1-леммага кўра $z \notin (-1, x_0)$. (6) тенгликларнинг иккинчисига асосан эса $z \neq x_0$. Демак, $z = -1$. У ҳолда $|y(\eta)| < |y(-1)|$ бўлиб, (6) дан $|y(-1)| = |\alpha y(\eta)| \leq |y(\eta)| < |y(-1)|$ кўринишдаги нотұғри тенгсизлик келиб чиқади. Бу қарама-қаршилиқдан эса фаразимизнинг нотұғрилиги келиб чиқади. Демак, $y(x) \equiv 0$, $x \in [-1, x_0]$. 3-лемма исботланди.

4-лемма. Агар $c(x) < 0$, $x \in (x_0, x_1)$ ва $|\alpha| \leq 1$ тенгсизликлар ўринли бўлса,

$$y''(x) + b(x)y'(x) + c(x)y(x) = 0, \quad x \in (x_0, x_1); \quad (7)$$

$$y(x_0) = 0, \quad y(x_1) = 0 \quad (8)$$

масала фақат тривиал ечимга эга бўлади.

Исбот. Тескаридан фараз қилайлик: $\{(7), (8)\}$ масала $y(x) \neq 0$, $x \in [x_0, x_1]$ ечимга эга бўлсин, у ҳолда шундай $z \in [x_0, x_1]$ сон мавжудки, қуйидаги тенгсизлик ўринли бўлади [2.416]:

$$\sup_{[x_0, x_1]} |y(x)| = |y(z)| > 0.$$

(8) тенгликларга асосан $z \neq x_0$, $z \neq x_1$, демак, $z \in (x_0, x_1)$. Буни эътиборга олсак, $x = z$ бўлганда $y(x)$ функция мусбат максимумга ёки манфий минимумга эга бўлади. 1-леммага асосан эса бундай бўлиши мумкин эмас. Бу қарама-қаршиликлардан фаразимизнинг нотұғрилиги келиб чиқади. Демак, $y(x) \equiv 0$, $x \in [x_0, x_1]$. 4 - лемма исботланди.

1-теорема. Агар $c(x) < 0$, $x \in (-1,1)$ өз | $\alpha| \leq 1$ тенгсизликлар бажарилса, BSI масала биттадан ортиқ ечимга эга бўлмайди.

Исбот. BSI масаланинг $y_1(x)$ ва $y_2(x)$ ечимлари мавжуд деб, тескаридан фараз қиласлий. Унда $y(x) = y_1(x) - y_2(x)$ функция

$$y''(x) + b(x)y'(x) + c(x)y(x) = 0, \quad x \in (-1,1); \quad (9)$$

$$y(-1) = \alpha y(\eta), \quad \int_{\beta}^1 y(x) dx = 0 \quad (10)$$

шартларни қаноатлантиради.

(10) тенгликларнинг иккинчисини эътиборга олсак, 2-леммага асосан $\tau_1 \in (\beta, 1)$ сон мавжудки, $y(\tau_1) = 0$ тенглик ўринли бўлади.

У ҳолда 3-леммага асосан (9) тенгламанинг $[-1, \tau_1]$ сегментда аниқланган, узлуксиз ва қўйидаги шартларни

$$y(-1) = \alpha y(\eta), \quad y(\tau_1) = 0 \quad (11)$$

демак, (10) шартларни қаноатлантирувчи ечими $y(x) \equiv 0$, $x \in [-1, \tau_1]$.

Буни эътиборга олсак, $\{(9), (10)\}$ масаладан

$$\begin{aligned} y''(x) + b(x)y'(x) + c(x)y(x) &= 0, \quad x \in (\tau_1, 1); \\ y(\tau_1) &= 0, \quad \int_{\tau_1}^1 y(x) dx = 0 \end{aligned}$$

масала келиб чиқади.

Юқоридаги мулоҳазани бу масалага қўлласак, яна шундай $\tau_2 \in (\tau_1, 1)$ сонлар мавжудки, $[\tau_1, \tau_2]$ сегментда $y(x) \equiv 0$ деган холосага эга бўламиз.

Шу жараённи кетма-кет такрорлаб, $[-1, 1]$ оралиқда ётувчи шундай $[-1, \tau_1], [\tau_1, \tau_2], [\tau_2, \tau_3], \dots, [\tau_{n-1}, \tau_n], \dots$ сегментлар кетма-кетлигига эга бўламизки, бунда $y(x) \equiv 0$, $x \in [\tau_{n-1}, \tau_n]$ ($n = 1, 2, \dots$ (бу ерда $\tau_0 = -1$) ва $\lim_{n \rightarrow \infty} \tau_n = 1$ тенгликлар ўринли бўлади. Булардан эса, $y(x)$ функциянинг $[-1, 1]$ сегментда узлуксизлигига асосан, $y(x) \equiv 0$, $x \in [-1, 1]$ эканлиги келиб чиқади. Демак, $y_1(x) \equiv y_2(x)$, $x \in [-1, 1]$. 1-теорема исботланди.

2-теорема. Агар 1-теорема шартлари ва $b(x) \in C^1[-1, 1]$, $3 - \beta(2 + \beta) + \alpha(\beta^2 - 1) + 2\alpha\eta(1 - \beta) \neq 0$ шартлар бажарилган бўлса, BSI масаланинг ечими мавжуд бўлади.

Исбот. (1) тенгламани

$$y''(x) = f_1(x), \quad x \in (-1, 1) \quad (12)$$

кўринишида ёзиб олайлик, бу ерда $f_1(x) = f(x) - b(x)y'(x) - c(x)y(x)$.

Маълумки [1], (12) тенгламанинг ечими учун,

$$y(x) = \frac{1}{2}y(-1)(1-x) + \frac{1}{2}y(1)(1+x) + \int_{-1}^1 G(x, t)f_1(t)dt, \quad x \in [-1, 1] \quad (13)$$

тенглик ўринли бўлади.

(13) тенглика $f_1(x)$ функциянинг ифодасини қўйиб, сўнгра $y'(t)$ иштирок этган ҳадни бўлаклаб интегралласак,

$$y(x) = \frac{1}{2}y(-1)(1-x) + \frac{1}{2}y(1)(1+x) + \int_{-1}^1 G(x, t)f(t)dt +$$

МАТЕМАТИКА

$$+\int_{-1}^1 y(t) \left\{ \frac{\partial}{\partial t} [b(t)G(x,t)] - c(t)G(x,t) \right\} dt \quad (14)$$

тengлика эга бўламиз.

$y(x)$ функциянинг бу ифодасини (2) ва (3) шартларга қўямиз. Натижада $y(-1)$ ва $y(1)$ номаълумларга нисбатан қўйидаги

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha\eta}{2} \right) y(-1) - \frac{\alpha}{2}(1+\eta)y(1) = k_1 + \\ & + \alpha \left[\int_{-1}^1 G(\eta,t)f(t)dt + \int_{-1}^1 y(t) \left\{ \frac{\partial}{\partial t} [b(t)G(\eta,t)] - c(t)G(\eta,t) \right\} dt \right], \\ & \frac{1}{4}(1-\beta)^2 y(-1) + \frac{1}{4}(3-2\beta-\beta^2) y(1) = k_2 - \\ & - \int_{-1/\beta}^1 \int G(\xi,t)f(t) d\xi dt - \int_{-1/\beta}^1 \int y(t) \left\{ \frac{\partial}{\partial t} [b(t)G(\xi,t)] - c(t)G(\xi,t) \right\} d\xi dt \end{aligned} \quad (15)$$

алгебраик tenglamalap системасига эга бўламиз. Теорема шартига асосан (15) tenglamalap системасининг асосий детерминантни нолдан фарқли. Шунинг учун унинг ечими мавжуд ва ягона. $y(-1)$ ва $y(1)$ ларнинг (15) дан топилган қийматларини (14) tenglikka қўйиб, баъзи шакл алмаштиришлардан сўнг, $y(x)$ номаълум функцияга нисбатан

$$y(x) - \int_{-1}^1 K_2(x,t) y(t) dt = \Phi_2(x), \quad x \in (-1,1) \quad (16)$$

кўринишдаги иккинчи тур Фредгольм интеграл tenglamasiga [3] эга бўламиз, бу ерда $K_2(x,t)$ - бўлакли узлуксиз ва чегараланган маълум функция, $\Phi_2(x)$ эса $C^2[-1,1]$ синфа тегишли маълум функция.

(16) интеграл tenglama қўйилган BSI масалага эквивалент бўлиб, унга мос бир жинсли интеграл tenglama $\{(9), (10)\}$ масалага эквивалентdir. Охирги масала фақат тривиал ечимга эга бўлгани учун (16) интеграл tenglamaga мос бир жинсли tenglama ҳам фақат тривиал ечимга эга. У ҳолда, Фредгольм альтернативасига асосан [3.256], интеграл tenglamamining ечими мавжуд ва ягона. 2-теорема исботланди.

Адабиётлар:

1. Ўринов А.Қ. Оддий дифференциал tenglamalap учун чегаравий масалалар. – Т.: “MUMTOZ SO’Z”, 2014.
2. Азларов Т., Мансуров Х.. Математик анализ. – Т.: “Ўқитувчи”, 1994.
3. Salohiddinov M.S. Integral tenglamalar. – Т.: “Yangiyul polygraph service”, 2007.

(Тақризчи: А.Ўринов, физика-математика фанлари доктори, профессор).