ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

FarDU. ILMIY XABARLAR-

1995 йилдан нашр этилади
Йилда 6 марта чиқади

1-2020

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК. ФерГУ

Издаётся с 1995 года
Выходит 6 раз в год

М У Н Д А Р И Ж А

Аниқ ва табиий фанлар

МАТЕМАТИКА

Ш.Каримов, О.Ахмаджонова
Бессель оператори қатнашган иккинчи тартибли оддий дифференциал тенгламаларнинг фундаментал ечимлари ҳақида 6

Н.Икрамова, Э.Турсунова
Тўртинчи тартибли тўла дифференциалли оддий дифференциал тенгламаларнинг бир синфи ҳақида .I. 12

М.Жалилов, Г.Каюмова
Капута оператори қатнашган тўртинчи тартибли аралаш типдаги тенглама учун бир нолокал масала тўғрисида........ 18

КИМЁ

А.Ибрагимов, В.Хўжаев, У.Умархонова, Д.Тожибоев, М.Исақов
Vigna sinensis, cicer orientinum, phaselousayreus, arachhis hypogaea дуккакли ўсимликларни кимёвий таркибига кўра синфлаш масалалари 24

М.Қодирхонов, Т.Сайпиев, С.Рашидова
NA-карбоксиметилцеллюлоза эритмасининг юқори ҳарорат ва юқори тузли шароитдаги реологияси 30

БИОЛОГИЯ, ҚИШЛОҚ ХЎЖАЛИГИ

П.Турдалиева, О.Ахмедова
Фарғона водийсининг доривор ўсимликлари − макро - ва микроэлементлар манбаи 34

М.Шерматов, С.Умаров
Фарғона водийсида анжир парвонаси (Lepidoptera choreutidae) нинг тарқалиши ва ривожланиши........ 38

Ижтимоий-гуманитар фанлар

ИҚТИСОДИЁТ

М.Адхамов
Рақамли иқтисодиёт шароитида таълим: муаммолар ва самарадорлик 43

ФАЛСАФА, СИЁСАТ

Г.Закирова
Ўзбекистон матбуоти ва унинг интернет-сайтларида хотин-қизларга нисбатан зўравонлик мавзусига ёндашув........ 46

А.Қамбаров, О.Махмудов
XIX аср охири − XX аср бошларида жадид ҳурфикрлигида эркинлик ғояси 52

Ш.Аббосова
Глобаллашув жараёнлари ва миссионерлик ҳаракати 57

М.Ғоипов
Ҳуқуқни муҳофаза қилувчи органларнинг коррупцияга қарши курашиш борасидаги фаолиятини мувофиқлаштириш масалалари 62

Ж.Боқиев
Ўзбекистон Республикаси жиноят қонунчилигида вояга етмаганларнинг жавобгарлиги........ 69

ТАРИХ

И.Кузикулов
Фарғонада пахта навларини янгилаш билан боғлиқ масалалар ҳақида (XIX аср охири – XX аср бошлари) 73

Д.Абдуллаев
Хайрия ва ҳомийлик фаолияти: Ўзбекистон ва жаҳон мамлакатлари ҳамкорлиги мисолида 77

УДК:51+517.9

ТЎРТИНЧИ ТАРТИБЛИ ТЎЛА ДИФФЕРЕНЦИАЛЛИ ОДДИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАЛАРНИНГ БИР СИНФИ ҲАҚИДА .I.

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА С ПОЛНЫМ ДИФФЕРЕНЦИАЛОМ .I.

ON A TYPE OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH THE FOURTH ORDER FULL DIFFERENTIAL .I.

Н.Икрамова, Э.Турсунова

Аннотация

Мақолада тўртинчи тартибли оддий дифференциал тенгламани маълум шартлар бажарилганда, тўлиқ дифференциал тенгламага келтириб, тартибини пасайтириш усули кўрсатилган.

Аннотация

В статье показан способ понижения порядка уравнения с приведением обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка к полному дифференциальному уравнению при выполнении определенных условий.

Annotation

This article shows how an ordinary differential equation of the fourth order under certain conditions can be reduced to the total differential by lowering order of the equation.

Таянч сўз ва иборалар: *оддий дифференциал тенглама, тўлиқ дифференциал тенглама, зарурий шартлар, тенгламанинг тартибини пасайтириш.*

Ключевые слова и выражения: *обыкновенное дифференциальное уравнение, уравнение в полных дифференциалах, необходимые условия, понижение порядка уравнения.*

Keywords and expressions: *ordinary differential equation, total differential equation, necessary conditions, reduction of the order equation.*

Тўртинчи тартибли қуйидаги

$$y^{IV}+\omega(x,y)y'''+e(x,y)\cdot y''+a(x,y)\cdot y'+b(x,y)\cdot(y')^2+c(x,y)=0 \qquad (1)$$

оддий дифференциал тенгламани қарайлик, бу ерда $\omega(x,y)$, $e(x,y)$, $a(x,y)$, $b(x,y)$, $c(x,y)$ – маълум функциялар.

Тенгламанинг кўринишига қараб туриб қуйидагича савол пайдо бўлиши мумкин. (1) тенгламанинг коэффициентлари қандай шартни қаноатлантирганда, бу тенглама тўла дифференциалли бўлади? Бу мақолада шу саволга жавоб берамиз.

(1) тенгламани бошқача кўринишда ёзиб оламиз:

$$y^{IV}+\frac{d}{dx}\left[\omega(x,y)\cdot y''\right]-\frac{\partial\omega}{\partial x}y''-\frac{\partial\omega}{\partial y}y'\cdot y''+e(x,y)y''+a(x,y)y'+b(x,y)(y')^2+c(x,y)=0,$$

$$y^{IV}+\frac{d}{dx}\left[\omega(x,y)\cdot y''\right]+\left[e(x,y)-\frac{\partial\omega}{\partial x}\right]y''-\frac{\partial\omega}{\partial y}y'\cdot y''+a(x,y)y'+b(x,y)(y')^2+c(x,y)=0,$$

$$y^{IV}+\frac{d}{dx}\left[\omega(x,y)\cdot y''\right]+\frac{d}{dx}\left[\left(e(x,y)-\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)\cdot y'\right]-\frac{\partial}{\partial x}\left(e(x,y)-\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)\cdot y'-$$

$$-\frac{\partial}{\partial y}\left(e(x,y)-\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)(y')^2-\frac{\partial\omega}{\partial y}\cdot y'\cdot y''+a(x,y)y'+b(x,y)(y')^2+c(x,y)=0,$$

Н.Икрамова *− ФарДУ ўқитувчиси.*
Э.Турсунова *− ФарДУ II курс магистранти.*

$$y^{IV}+\frac{d}{dx}\left[\omega(x,y)\cdot y''\right]+\frac{d}{dx}\left[\left(e(x,y)-\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)\cdot y'\right]+\left[b(x,y)-\frac{\partial}{\partial y}\left(e(x,y)-\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)\right](y')^2+$$

$$+\left[a(x,y)-\frac{\partial}{\partial x}\left(e(x,y)-\frac{\partial}{\partial x}\omega(x,y)\right)\right]y'-\frac{\partial}{\partial y}\omega(x,y)\cdot y'\cdot y''+c(x,y)=0. \qquad (2)$$

Агар (2) тенгламада қуйидаги шартлар бажарилган бўлса:

$$\frac{\partial}{\partial y}\omega(x,y)=0,\ \text{яъни}\ \omega=\omega(x), \qquad (3)$$

$$b(x,y)-\frac{\partial}{\partial y}\left(e(x,y)-\omega'(x)\right)=0,\ \text{яъни}\quad b(x,y)=\frac{\partial}{\partial y}e(x,y), \qquad (4)$$

натижада қуйидаги кўринишдаги тенгламага эга бўламиз:

$$y^{IV}+\frac{d}{dx}\left[\omega(x)\cdot y''\right]+\frac{d}{dx}\left[\left(e(x,y)-\omega'(x)\right)\cdot y'\right]+$$

$$+\left[a(x,y)-\frac{\partial}{\partial x}\left(e(x,y)-\omega'(x)\right)\right]\cdot y'+c(x,y)=0. \qquad (5)$$

[1.31] га кўра, агар (5) тенгламанинг чап томонидаги икки қўшилувчининг коэффициентлари

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[a(x,y)-\frac{\partial}{\partial x}\left(e(x,y)-\omega'(x)\right)\right]\equiv\frac{\partial}{\partial y}\left[c(x,y)\right] \qquad (6)$$

шартни бажарса, бу ҳадларнинг йиғиндиси қандайдир $\Phi_1(x,y)$ функциянинг x бўйича ҳосиласи бўлади, яъни

$$\left[a(x,y)-\frac{\partial}{\partial x}\left(e(x,y)-\omega'(x)\right)\right]\cdot y'+c(x,y)=\frac{d}{dx}\Phi_1(x,y).$$

Демак, (6) шарт бажарилганда, (5) тенгламани қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$y^{IV}+\frac{d}{dx}\left[\omega(x)\cdot y''\right]+\frac{d}{dx}\left[\left(e(x,y)-\omega'(x)\right)y'\right]+\frac{d}{dx}\Phi_1(x,y)=0, \qquad (7)$$

бу ерда $\Phi_1(x,y)$ – маълум функция ва у қуйидаги тенгликдан аниқланади:

$$d\Phi_1(x,y)=\left[a(x,y)-\frac{\partial}{\partial x}\left(e(x,y)-\omega'(x)\right)\right]dy+c(x,y)dx. \qquad (8)$$

(8) тенгламани интеграллаб, қуйидагига эга бўламиз:

$$y'''+\omega(x)\cdot y''+\left[e(x,y)-\omega'(x)\right]\cdot y'+\Phi_1(x,y)=c_1, \qquad (9)$$

бу ерда c_1 – ихтиёрий ўзгармас сон.

Юқоридаги тенгламани қуйидагича ёзиб олайлик:

$$y'''+\frac{d}{dx}\left[\omega(x)\cdot y'\right]-\frac{\partial}{\partial x}\omega(x)\cdot y'+\left[e(x,y)-\omega'(x)\right]\cdot y'+\Phi_1(x,y)=c_1,$$

$$y'''+\frac{d}{dx}\left[\omega(x)\cdot y'\right]+\left[e(x,y)-2\omega'(x)\right]y'+\Phi_1(x,y)=c_1. \qquad (10)$$

Агар бу ерда

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[e(x,y)-2\omega'(x)\right]\equiv\frac{\partial}{\partial y}\Phi_1(x,y), \tag{11}$$

шарт бажарилса, у ҳолда (10) тўла дифференциалли бўлади. Шунинг учун уни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$y''+\omega(x)\cdot y'+\Phi_2(x,y)=c_2+c_1x, \tag{12}$$

бу ерда, $\Phi_2(x,y)$ функция

$$d\Phi_2(x,y)=\left[e(x,y)-2\omega'(x)\right]dy+\Phi_1(x,y)dx$$

тенгликдан топилади.

(12) тенгламани соддалаштириб ва интеграллаб, биринчи тартибли дифференциал тенгламага эришамиз. Ҳақиқатан ҳам

$$y''+\frac{d}{dx}\left[\omega(x)\cdot y\right]-\omega'(x)\cdot y+\Phi_2(x,y)=c_2+c_1x$$

$$y''+\frac{d}{dx}\left[\omega(x)\cdot y\right]+\left[\Phi_2-\omega'(x)\cdot y\right]=c_2+c_1x$$

Агар ушбу шарт ўринли бўлса,

$$\Phi_2(x,y)-y\cdot\omega'(x)=m(x), \tag{13}$$

бу ерда $m(x)$– қандайдир функция, (12) тенглама ушбу кўринишда ёзилади:

$$y'+\omega(x)\cdot y=c_3+c_2x+\frac{1}{2}c_1x^2-\int m(x)dx, \tag{14}$$

бу ерда c_3– ихтиёрий ўзгармас сон.

(14) тенгламанинг умумий ечими мавжуд бўлса, у ҳолда бу ечим (1) тенгламанинг ҳам ечими бўлади.

Демак, (3), (4), (6), (11) ва (13) шартлар бажарилса, (1) тенглама (14) кўринишга келади.

Юқорида айтилганларни мисоллар орқали кўриб чиқамиз.

1-мисол. Тенгламанинг умумий ечимини топинг:

$$y^{IV}-y'''+(6+2x)\cdot e^x=0.$$

Ечиш. Берилган тенгламада

$$\omega(x)=-1, \qquad e(x,y)=0,$$

$$a(x,y)=0, \qquad b(x,y)=0; \qquad c(x,y)=(6+2x)\cdot e^x.$$

Бу ерда (3) ва (4) шартлар бажарилади , яъни:

1) $\frac{\partial\omega}{\partial y}=0;\quad \omega=\omega(x),$ 2) $b(x,y)=\frac{\partial}{\partial y}e(x,y).$

Энди (8) тенгликдан фойдаланиб, $\Phi_1(x,y)$ функцияни аниқлаб оламиз

$$\Phi_1(x,y)=(4+2x)\cdot e^x+\overline{c},$$

бу ерда $\overline{c}$ – ихтиёрий ўзгармас сон.

У ҳолда учинчи тартибли дифференциал тенгламага келамиз:

$$y'''-y''+(4+2x)\cdot e^x=c_1. \tag{15}$$

Кейинги тенглама (11) тўла дифференциаллилик шартларини қаноатлантиради, яъни

$$\frac{\partial}{\partial x}[0] \equiv \frac{\partial}{\partial y}\left[(4+2x)\cdot e^x\right].$$

Шунинг учун $\Phi_2(x,y)$ – функцияни аниқлаб оламиз

$$\Phi_2(x,y) = (2+2x)\cdot e^x + \tilde{c},$$

бу ерда $\tilde{c}$ – ихтиёрий ўзгармас сон.

Буни инобатга олиб, (15) ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$y'' - y' + (2+2x)\cdot e^x = c_2 + c_1 x.$$

Бу тенгламани интеграллаб, ушбу тенгламани ҳосил қиламиз:

$$y' - y = c_3 + c_2 x + \frac{1}{2}c_1 x^2 - 2x\cdot e^x. \quad (16)$$

Ҳосил бўлган (16) тенгламанинг умумий ечимини ўзгармасларни вариациялаш усули билан топиш мумкин:

$$y = c_4\cdot e^x - x^2\cdot e^x - c_3 - c_2(x+1) - \frac{1}{2}c_1\left(x^2+2x+2\right).$$

2-мисол. Тенгламанинг умумий ечимини топинг:

$$y^{IV} - x^{-1}y''' + 3\cdot x^{-2}\cdot y'' - 6\cdot x^{-3}\cdot y' + 6\cdot y\cdot x^{-4} + 2 = 0.$$

Ечиш. Берилган тенгламада

$\omega(x) = -x^{-1};\qquad e(x,y) = 3\cdot x^{-2},$

$a(x,y) = -6\cdot x^{-3};\quad b(x,y) = 0;\quad c(x,y) = 6\cdot y\cdot x^{-4} + 2.$

Бу ерда (3) ва (4) шартлар бажарилади, яъни:

1) $\dfrac{\partial\omega}{\partial y} = 0;\quad \omega = \omega(x),$ 2) $b(x,y) = \dfrac{\partial}{\partial y}e(x,y).$

Энди (8) тенгликдан фойдаланиб, $\Phi_1(x,y)$ функцияни аниқлаб оламиз:

$$\Phi_1(x,y) = 2\cdot x - 2\cdot y\cdot x^{-3} + \bar{c},$$

бу ерда $\bar{c}$ – ихтиёрий ўзгармас сон.

У ҳолда (9) га асосан учинчи тартибли дифференциал тенгламага келамиз:

$$y''' - x^{-1}\cdot y'' + 2\cdot x^{-2}\cdot y' + 2\cdot x - 2\cdot y\cdot x^{-3} = c_1.$$

Бу тенгламани қуйидагича ёзиб оламиз

$$y''' + \frac{d}{dx}\left[-x^{-1}\cdot y'\right] + x^{-2}\cdot y' + 2\cdot x - 2\cdot y\cdot x^{-3} = c_1. \quad (17)$$

Бунда тенглама тўла дифференциаллилик шартларини қаноатлантиради, яъни

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[x^{-2}\right] \equiv \frac{\partial}{\partial y}\left[2\cdot x - 2\cdot y\cdot x^{-3}\right].$$

Шунинг учун $\Phi_2(x,y)$ – функцияни аниқлаб оламиз, яъни

$$\Phi_2(x,y) = x^{-2}\cdot y + x^2 + \tilde{c},$$

бу ерда $\tilde{c}$ – ихтиёрий ўзгармас сон.

У ҳолда (12) тенгламага асосан, иккинчи тартибли дифференциал тенгламага эга бўламиз:

$$y'' - x^{-1} \cdot y' + x^{-2} \cdot y + x^2 = c_2 + c_1 x. \qquad (18)$$

(18) тенгламанинг иккинчи ва учинчи ҳадини $\left(x^{-1} \cdot y\right)'$ кўринишида ёзамиз ва (18) ни интеграллаб, бир жинсли бўлмаган дифференциал тенгламани ҳосил қиламиз

$$y' - x^{-1} \cdot y = c_3 + c_2 x + \frac{1}{2} c_1 x^2 - \frac{1}{3} x^3. \qquad (19)$$

Ҳосил бўлган (19) тенгламанинг умумий ечимини ўзгармасларни вариациялаш усули билан топамиз:

$$y = c_4 x + c_3 x \cdot \ln x + c_2 \cdot x^2 + \frac{1}{4} c_1 \cdot x^3 - \frac{1}{9} x^4.$$

3-мисол. Тенгламанинг умумий ечимини топинг:

$$y^{IV} + 3 \cdot x^{-1} y''' - 9 \cdot x^{-2} \cdot y'' + 18 \cdot x^{-3} \cdot y' - 18 \cdot y \cdot x^{-4} = 0.$$

Ечиш. Берилган тенгламада

$$\omega(x) = 3 \cdot x^{-1}; \qquad e(x,y) = -9 \cdot x^{-2},$$

$$a(x,y) = 18 \cdot x^{-3}; \qquad b(x,y) = 0; \qquad c(x,y) = -18 \cdot y \cdot x^{-4}.$$

Бу ерда (3) ва (4) шартлар бажарилади , яъни:

1) $\dfrac{\partial \omega}{\partial y} = 0; \quad \omega = \omega(x),$ 2) $b(x,y) = \dfrac{\partial}{\partial y} e(x,y).$

Энди (8) тенгликдан фойдаланиб, $\Phi_1(x,y)$ функцияни аниқлаб оламиз:

$$\Phi_1(x,y) = 6 \cdot y \cdot x^{-3} + \bar{c},$$

бу ерда $\bar{c}$ – ихтиёрий ўзгармас сон.

У ҳолда (9) га асосан учинчи тартибли дифференциал тенгламага келамиз:

$$y''' + 3x^{-1} \cdot y'' - 6 \cdot x^{-2} \cdot y' + 6 \cdot y \cdot x^{-3} = c_1.$$

Бу тенгламани қуйидагича ёзиб оламиз

$$y''' + \frac{d}{dx}\left[3 \cdot x^{-1} \cdot y'\right] - 3 \cdot x^{-2} \cdot y' + 6 \cdot y \cdot x^{-3} = c_1. \qquad (17)$$

Бунда тенглама тўла дифференциаллилик шартларини қаноатлантиради, яъни

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[-3 \cdot x^{-2}\right] \equiv \frac{\partial}{\partial y}\left[6 \cdot y \cdot x^{-3}\right].$$

Шунинг учун $\Phi_2(x,y)$ – функцияни аниқлаб оламиз, яъни

$$\Phi_2(x,y) = -3 \cdot x^{-2} \cdot y + \tilde{c},$$

бу ерда $\tilde{c}$ – ихтиёрий ўзгармас сон.

У ҳолда (12) тенгламага асосан, иккинчи тартибли дифференциал тенгламага эга бўламиз:

$$y'' + 3 \cdot x^{-1} \cdot y' - 3 \cdot x^{-2} \cdot y = c_2 + c_1 x. \qquad (18)$$

(18) тенгламанинг иккинчи ва учинчи ҳадини $\left(x^{-1} \cdot y\right)'$ кўринишида ёзамиз ва (18) ни интеграллаб, бир жинсли бўлмаган дифференциал тенгламани ҳосил қиламиз.

$$y' + 3 \cdot x^{-1} \cdot y = c_3 + c_2 x + \frac{1}{2} c_1 x^2 . \qquad (19)$$

Ҳосил бўлган (19) тенгламанинг умумий ечимини ўзгармасларни вариациялаш усули билан топамиз:

$$y = c_4 \cdot x^{-3} + \frac{1}{4} c_3 \cdot x + \frac{1}{5} c_2 \cdot x^2 + \frac{1}{12} c_1 \cdot x^3 .$$

Адабиётлар:

1. Салоҳитдинов М.С., Насритдинов Ғ.Н. Оддий дифференциал тенгламалар. – Т.: Ўзбекистон, 1994.
2. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. – Минск.: Вышая школа, 1970.

(Тақризчи: А.Ўринов – физика-математика фанлари доктори, профессор).