

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

**FarDU.
ILMIY
XABARLAR-**

1995 йилдан нашр этилади
Йилда 6 марта чиқади

3-2017
ИЮНЬ

**НАУЧНЫЙ
ВЕСТНИК.
ФерГУ**

Издаётся с 1995 года
Выходит 6 раз в год

О.АҲМАДЖОНОВА	
“Чинор” романи композициясидаги ўзига хосликлар	64
М.ЖУРАЕВА	
Бадиий адабиётда мутелик психологияси	66

ТИЛШУНОСЛИК

Ш.ТОШХЎЖАЕВА	
Бадиий нутқда риторик сўроқ гаплар ва уларнинг лингвопоэтик тадқиқи	69
Э.ИБРАГИМОВА	
Баҳонинг предмет ва белги ёрдамида ифодаланиши	73
Г.РОЗИҚОВА, У.ФАРМОНОВА	
Қўшма гапларга хос шакл ва мазмун номутаносиблиги	77
В.АМАНОВ	
Қадриятлар тизимида миллий, маданий ва лисоний дунёқараш	80
Д.ЮЛДАШЕВА	
Синтактик такрорларнинг бадиий-эстетик имкониятлари	83
Н.ҒОФУРОВА	
Ҳозирги замон инглиз ва ўзбек тилларида мақол ва маталларнинг лингво-когнитив асослари ва уларнинг структурал-семантик жиҳатлари	86
Г.ЖУРАБОЕВА	
Тарихий топонимларнинг шаклланишида апеллятивларнинг ўрни	88
Р.АХРОРОВА	
Тилнинг концепт доирасини ўрганиш муаммолари	92

ПЕДАГОГИКА, ПСИХОЛОГИЯ

Ж.ОТАЖОНОВ, Ф.МАХМУДОВА, М.РАЙИМЖОНОВА	
Бошланғич таълим педагогларининг педагогик жараёнда руҳий ёндашув масалалари	95
Ҳ.ҒАНИЕВА	
Таълим-тарбия жараёнида ўсмирлар хулқ-атворини намоён бўлишининг ижтимоий-психологик аспекти	98

ИЛМИЙ АХБОРОТ

М.АБДУМАННОПОВ	
Интеграл операторлар қатнашган иккинчи тартибли ўзгармас коэффициентли дифференциал тенглама учун чегаравий масала	103
Ш.ОХУНЖОНОВА	
Оғзаки тарихни ёзма тарихга айлантириш жараёни ҳақида	106
М.ОМОНОВ, З.БОТИРОВА	
Арабча синиқ кўплик вазнидаги ўзлашма сўзлар ва уларнинг семантик хусусиятлари	109
О.ҲУСАНХЎЖАЕВ	
Мақолларда қиёслаш, зидлаш муносабатини ифодалашда сонларнинг аҳамияти	111
Н.УРИНОВА	
Бўлажак ўқитувчиларда ижтимоий компетентликни шакллантириш йўллари	113
Н.АБДУЛАЗИЗОВА	
Касб-ҳунар коллежи ўқувчиларида зарарли одатларнинг олдини олишнинг педагогик-психологик асослари	115

ФАНИМИЗ ФИДОЙИЛАРИ

Сўхлик биринчи олим	116
---------------------------	-----

ХОТИРА

Мадаминбек Хотамович АҲМЕДОВ	117
Эркин Мўйдинович ТУХТАСИНОВ	117

**ИНТЕГРАЛ ОПЕРАТОРЛАР ҚАТНАШГАН ИККИНЧИ ТАРТИБЛИ ЎЗГАРМАС
КОЭФФИЦИЕНТЛИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМА УЧУН ЧЕГАРАВИЙ МАСАЛА**

М.Абдуманнопов

Аннотация

Ушбу мақолада интеграл оператор қатнашган иккинчи тартибли оддий дифференциал тенглама учун бир чегаравий масала ўрганилган.

Аннотация

В данной статье изучена одна краевая задача с интегральным условием для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка, содержащего интегральный оператор.

Annotation

In the article a boundary-value problem for the second order constant coefficient differential equation containing integral operators is investigated.

Таянч сўз ва иборалар: оддий дифференциал тенглама, интеграл оператор, чегаравий масала, интеграл тенглама.

Ключевые слова и выражения: обыкновенное дифференциальное уравнение, интегральный оператор, краевая задача, интегральное уравнение.

Key words and expressions: ordinary differential equation, integral operator, boundary-value problem, integral equation.

Ушбу кўринишдаги интегро - дифференциал тенгламани қарайлик:

$$y''(x) + \alpha y'(x) + \beta y(x) + \sum_{j=1}^n \gamma_j \int_0^x y(t) \bar{I}_{\delta_j} [\lambda_j(x-t)] dt = f(x), \quad x \in (0,1), \quad (1)$$

бу ерда $\alpha, \beta, \gamma_j, \lambda_j, \delta_j$ ($j = \overline{1, n}$) - берилган ҳақиқий сонлар, $\bar{I}_{\delta}(x) = \Gamma(\delta + 1)(x/2)^{-\delta} I_{\delta}(x)$, $I_{\delta}(x)$ - мавҳум аргументли Бессел функцияси [1], $\delta_j > (-1/2)$, $j = \overline{1, n}$. $f(x)$ - берилган функция.

(1) тенглама учун $[0, 1]$ сегментда қуйидаги масалани қараймиз:

Масала. (1) тенгламанинг $[0, 1]$ сегментда аниқланган, узлуксиз ва

$$y(0) = k_1, \quad y(1) = k_2 \quad (2)$$

чегаравий шартларни қаноатлантирувчи ечими топилсин, бу ерда $k_1, k_2 \in R$ - берилган сонлар.

Қўйилган масаланинг бир қийматли ечилишини текшираамиз.

1-лемма. Агар $\beta \leq 0$, $0 \leq \lambda \leq (1/4)[\sqrt{\alpha^2 - 8\beta} - \alpha]$, $\gamma_j \leq 0$, $j = \overline{1, n}$ бўлса,

$$y''(x) + \alpha y'(x) + \beta y(x) + \sum_{j=1}^n \gamma_j \int_0^x y(t) \bar{I}_{\delta_j} [\lambda_j(x-t)] dt = 0, \quad x \in (0,1); \quad (3)$$

$$y(0) = 0, \quad y(1) = 0 \quad (4)$$

чегаравий масала фақат тривиал ечимга эга бўлади, бу ерда $\lambda = \sup \{|\lambda_1|, |\lambda_2|, \dots, |\lambda_n|\}$.

Исбот. (3) тенгликни $e^{-2\lambda x} y(x)$ функцияга кўпайтирамиз ва x бўйича $[0, 1]$ сегментда интеграллаймиз. Сўнгра ҳосил бўлган тенгликдаги $y''(x)$ ва $y'(x)$ ҳосилалар иштирок этган интегралларни бўлаклаб ва (4) шартларни ҳисобга олиб, қуйидаги тенгликка эга бўламиз:

$$\int_0^1 e^{-2\lambda x} [y'(x)]^2 dx - \int_0^1 e^{-2\lambda x} [2\lambda^2 + \alpha \lambda + \beta] y^2(x) dx -$$

*М.Абдуманнопов – ФарДУ физика-математика факультети
математика ўқитиш методикаси йўналиши 3-курс талабаси.*

$$-\sum_{j=1}^n \gamma_j \int_0^1 e^{-2\lambda x} y(x) dx \int_0^x y(t) \bar{I}_{\delta_j} [\lambda_j(x-t)] dt = 0. \quad (5)$$

Аниққи, (5) тенгликдаги биринчи интеграл манфий эмас. Кўрсатиш қийин эмаски, агар $\beta \leq 0$, $0 \leq \lambda \leq (1/4)[\sqrt{\alpha^2 - 8\beta} - \alpha]$ тенгсизликлар бажарилса, $2\lambda^2 + \alpha\lambda + \beta \leq 0$ тенгсизлик бажарилиб, (5) тенгликнинг иккинчи ҳади ҳам манфий бўлмайди.

(5) тенгликдаги учинчи ҳадни қарайлик ва

$$l_j = \int_0^1 e^{-2\lambda x} y(x) dx \int_0^x y(t) \bar{I}_{\delta_j} [\lambda_j(x-t)] dt, \quad j = \overline{1, n}$$

белгилашларни киритайлик. Бу ерда $\bar{I}_{\delta_j} [\lambda_j(x-t)]$ функцияни

$$\bar{I}_{\delta_j} [\lambda_j(x-t)] = \frac{\Gamma(\delta_j + 1)}{\sqrt{\pi}\Gamma(\delta_j + 1/2)} \int_{-1}^1 (1 - \xi^2)^{\delta_j - 1/2} ch[\lambda_j(x-t)\xi] d\xi$$

формула бўйича алмаштирамиз [1]:

$$l_j = \frac{\Gamma(\delta_j + 1)}{\sqrt{\pi}\Gamma(\delta_j + 1/2)} \int_{-1}^1 (1 - \xi^2)^{\delta_j - 1/2} d\xi \int_0^1 e^{-2\lambda x} y(x) dx \int_0^x y(t) ch[\lambda_j(x-t)\xi] dt,$$

бу ерда $\Gamma(z)$ - Эйлернинг гамма- функцияси.

Бу тенгликни $2chx = e^x + e^{-x}$ формуладан фойдаланиб,

$$l_j = \frac{\Gamma(\delta_j + 1)}{2\sqrt{\pi}\Gamma(\delta_j + 1/2)} \int_{-1}^1 (1 - \xi^2)^{\delta_j - 1/2} d\xi \sum_{m=1}^2 \int_0^1 e^{-2x\mu_m(\xi)} \frac{d}{dx} \Phi_m^2(x, \xi) dx \quad (6)$$

кўринишда ёзиш мумкин, бу ерда

$$\mu_m(\xi) = \lambda + (-1)^m \lambda_j \xi, \quad \Phi_m(x, \xi) = \int_0^x y(t) e^{(-1)^m \lambda_j \xi t} dt.$$

Бўлаклаб интеграллаш формуласини қўллаб, (6) тенгликдан қуйидагига эга бўламиз:

$$l_j = \frac{\Gamma(\delta_j + 1)}{2\sqrt{\pi}\Gamma(\delta_j + 1/2)} \int_{-1}^1 (1 - \xi^2)^{\delta_j - 1/2} d\xi \times \sum_{m=1}^2 \left\{ e^{-2\mu_m(\xi)} \Phi_m^2(1, \xi) + 2\mu_m(\xi) \int_0^1 e^{-2x\mu_m(\xi)} \Phi_m^2(x, \xi) dx \right\}.$$

Бу ерда $\mu_m(\xi) \geq 0$ эканлигини эътиборга олиб, $l_j \geq 0, j = \overline{1, n}$ деган хулосага келамиз.

Буни ва $\gamma_j \leq 0, j = \overline{1, n}$ эканлигини ҳисобга олсак, (5) тенгликдаги охириги ҳаднинг ҳам манфий эмаслиги келиб чиқади.

Юқорида исботланганларга асосан, (5) тенгликдан $y'(x) \equiv 0$, яъни $y(x) = const$, $x \in [0, 1]$ деган хулосага келамиз. Бундан эса (4) шартларга кўра $y(x) \equiv 0, x \in [0, 1]$ эканлиги келиб чиқади. 1-лемма исботланди.

1-теорема. Агар лемма шартлари бажарилса, қўйилган масала биттадан ортиқ ечимга эга бўлмайди.

Исбот. Қўйилган масала $y_1(x)$ ва $y_2(x)$ ечимларга эга бўлсин деб, тескаридан фараз қилайлик. У ҳолда $y(x) = y_1(x) - y_2(x)$ функция $(0, 1)$ оралиқда (1) тенгламани ва унинг четларида эса (4) шартларни қаноатлантиради. 1- леммага асосан бундай функция айнан нолга тенг, яъни $y(x) \equiv 0, x \in [0, 1]$. Демак, $y_1(x) \equiv y_2(x) \quad x \in [0, 1]$. 1-теорема исбот бўлди.

2-теорема. Агар лемма шартлари бажарилса, қўйилган масаланинг ечими мавжуд ва ягона бўлади.

Исбот. (1) тенгламани $y''(x) = g(x)$, $x \in (0,1)$ кўринишда ёзиб олайлик, бу ерда

$$g(x) = f(x) - \alpha y'(x) - \beta y(x) - \sum_{j=1}^n \gamma_j \int_0^x y(t) \bar{I}_{\delta_j} [\lambda_j(x-t)] dt.$$

Агар $g(x)$ функцияни маълум деб ҳисобласак, бу тенгламанинг ечими учун

$$y(x) = y(0)(1-x) + y(1)x + \int_0^1 G(x,t)g(t)dt, \quad x \in [0,1] \quad (7)$$

тенглик ўринли бўлади [2], бу ерда

$$G(x,t) = \begin{cases} x(t-1), & x \leq t; \\ (x-1)t, & x \geq t. \end{cases}$$

(7) тенгликда $y(0)$, $y(1)$ ва $g(x)$ ларнинг ўрнига уларнинг ифодасини қўямиз. Сўнгра ҳосил бўлган тенгликда $y'(t)$ иштирок этган интегрални бўлаклаймиз ва γ_j иштирок этган ҳадларда интеграллаш тартибини ўзгартирамиз. Натижада

$$y(x) - \int_0^1 M(x,t)y(t)dt = q(x), \quad x \in [0,1] \quad (8)$$

кўринишдаги интеграл тенгламага эга бўламиз, бу ерда

$$q(x) = k_1(1-x) + k_2x + \int_0^1 f(t)G(x,t)dt,$$

$$M(x,t) = \alpha G_t(x,t) - \beta G(x,t) - G(x,t) \int_t^1 \sum_{j=1}^n \gamma_j \bar{I}_{\delta_j} [\lambda_j(\xi-t)] dt.$$

(8)- $y(x)$ номаълум функцияга нисбатан иккинчи тур Фредгольм интеграл тенгламаси бўлиб [3], қўйилган масалага эквивалентдир. Шунинг учун бу интеграл тенглама ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги қўйилган масала ечимининг ягоналигидан, яъни 1- теоремадан келиб чиқади [3].

(8) тенгликдан фойдаланиб кўрсатиш мумкинки, $y(x) \in C[0,1] \cap C^2(0,1)$. 2-теорема исботланди.

Адабиётлар:

1. Ўринов А.Қ. Телеграф тенгламаси учун чегаравий масалалар – Тошкент: университет, 1996.
2. Ўринов А.Қ. Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалалар. – Тошкент: MUMTOZ SO'Z, 2014.
3. Salohiddinov M.S. Integral tenglamalar. – Toshkent: Yangiyul polygraph service, 2007.

(Тақризчи: А.Ўринов, физика-математика фанлари доктори, профессор).