

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ  
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

---

---

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

**FarDU.  
ILMIY  
XABARLAR-**

1995 йилдан нашр этилади  
Йилда 6 марта чиқади

3-2017  
ИЮНЬ

**НАУЧНЫЙ  
ВЕСТНИК.  
ФерГУ**

Издаётся с 1995 года  
Выходит 6 раз в год

|   |    |
|---|----|
| <b>О.АҲМАДЖОНОВА</b>                                  |    |
| “Чинор” романи композициясидаги ўзига хосликлар ..... | 64 |
| <b>М.ЖУРАЕВА</b>                                      |    |
| Бадиий адабиётда мутелик психологияси .....           | 66 |

#### ТИЛШУНОСЛИК

|  |    |
|--|----|
| <b>Ш.ТОШХЎЖАЕВА</b>  |    |
| Бадиий нутқда риторик сўроқ гаплар ва уларнинг лингвопоэтик тадқиқи .....  | 69 |
| <b>Э.ИБРАГИМОВА</b>  |    |
| Баҳонинг предмет ва белги ёрдамида ифодаланиши .....   | 73 |
| <b>Г.РОЗИҚОВА, У.ФАРМОНОВА</b>   |    |
| Қўшма гапларга хос шакл ва мазмун номутаносиблиги .....  | 77 |
| <b>В.АМАНОВ</b>  |    |
| Қадриятлар тизимида миллий, маданий ва лисоний дунёқараш .....   | 80 |
| <b>Д.ЮЛДАШЕВА</b>  |    |
| Синтактик такрорларнинг бадиий-эстетик имкониятлари .....  | 83 |
| <b>Н.ҒОФУРОВА</b>  |    |
| Ҳозирги замон инглиз ва ўзбек тилларида мақол ва маталларнинг лингво-когнитив асослари ва уларнинг структурал-семантик жиҳатлари ..... | 86 |
| <b>Г.ЖУРАБОЕВА</b>   |    |
| Тарихий топонимларнинг шаклланишида апеллятивларнинг ўрни .....  | 88 |
| <b>Р.АХРОРОВА</b>  |    |
| Тилнинг концепт доирасини ўрганиш муаммолари .....   | 92 |

#### ПЕДАГОГИКА, ПСИХОЛОГИЯ

|  |    |
|--|----|
| <b>Ж.ОТАЖОНОВ, Ф.МАХМУДОВА, М.РАЙИМЖОНОВА</b>  |    |
| Бошланғич таълим педагогларининг педагогик жараёнда руҳий ёндашув масалалари .....                 | 95 |
| <b>Ҳ.ҒАНИЕВА</b>   |    |
| Таълим-тарбия жараёнида ўсмирлар хулқ-атворини намоён бўлишининг ижтимоий-психологик аспекти ..... | 98 |

#### ИЛМИЙ АХБОРОТ

|  |     |
|--|-----|
| <b>М.АБДУМАННОПОВ</b>  |     |
| Интеграл операторлар қатнашган иккинчи тартибли ўзгармас коэффициентли дифференциал тенглама учун чегаравий масала ..... | 103 |
| <b>Ш.ОХУНЖОНОВА</b>  |     |
| Оғзаки тарихни ёзма тарихга айлантириш жараёни ҳақида .....  | 106 |
| <b>М.ОМОНОВ, З.БОТИРОВА</b>  |     |
| Арабча синиқ кўплик вазнидаги ўзлашма сўзлар ва уларнинг семантик хусусиятлари .....                                     | 109 |
| <b>О.ҲУСАНХЎЖАЕВ</b>   |     |
| Мақолларда қиёслаш, зидлаш муносабатини ифодалашда сонларнинг аҳамияти .....   | 111 |
| <b>Н.УРИНОВА</b>   |     |
| Бўлажак ўқитувчиларда ижтимоий компетентликни шакллантириш йўллари .....   | 113 |
| <b>Н.АБДУЛАЗИЗОВА</b>  |     |
| Касб-ҳунар коллежи ўқувчиларида зарарли одатларнинг олдини олишнинг педагогик-психологик асослари .....                  | 115 |

#### ФАНИМИЗ ФИДОЙИЛАРИ

|                           |     |
|---------------------------|-----|
| Сўхлик биринчи олим ..... | 116 |
|---------------------------|-----|

#### ХОТИРА

|  |     |
|--|-----|
| <b>Мадамминбек Хотамович АҲМЕДОВ</b> ..... | 117 |
| <b>Эркин Мўйдинович ТУХТАСИНОВ</b> .....   | 117 |

**ИНТЕГРАЛ ОПЕРАТОРЛАР ҚАТНАШГАН ИККИНЧИ ТАРТИБЛИ ЎЗГАРМАС  
КОЭФФИЦИЕНТЛИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМА УЧУН ЧЕГАРАВИЙ МАСАЛА**

**М.Абдуманнопов**

**Аннотация**

Ушбу мақолада интеграл оператор қатнашган иккинчи тартибли оддий дифференциал тенглама учун бир чегаравий масала ўрганилган.

**Аннотация**

В данной статье изучена одна краевая задача с интегральным условием для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка, содержащего интегральный оператор.

**Annotation**

In the article a boundary-value problem for the second order constant coefficient differential equation containing integral operators is investigated.

**Таянч сўз ва иборалар:** оддий дифференциал тенглама, интеграл оператор, чегаравий масала, интеграл тенглама.

**Ключевые слова и выражения:** обыкновенное дифференциальное уравнение, интегральный оператор, краевая задача, интегральное уравнение.

**Key words and expressions:** ordinary differential equation, integral operator, boundary-value problem, integral equation.

Ушбу кўринишдаги интегро - дифференциал тенгламани қарайлик:

$$y''(x) + \alpha y'(x) + \beta y(x) + \sum_{j=1}^n \gamma_j \int_0^x y(t) \bar{I}_{\delta_j} [\lambda_j(x-t)] dt = f(x), \quad x \in (0,1), \quad (1)$$

бу ерда  $\alpha, \beta, \gamma_j, \lambda_j, \delta_j$  ( $j = \overline{1, n}$ ) - берилган ҳақиқий сонлар,  $\bar{I}_{\delta}(x) = \Gamma(\delta + 1)(x/2)^{-\delta} I_{\delta}(x)$ ,  $I_{\delta}(x)$  - мавҳум аргументли Бессел функцияси [1],  $\delta_j > (-1/2)$ ,  $j = \overline{1, n}$ .  $f(x)$  - берилган функция.

(1) тенглама учун  $[0, 1]$  сегментда қуйидаги масалани қараймиз:

**Масала.** (1) тенгламанинг  $[0, 1]$  сегментда аниқланган, узлуксиз ва

$$y(0) = k_1, \quad y(1) = k_2 \quad (2)$$

чегаравий шартларни қаноатлантирувчи ечими топилсин, бу ерда  $k_1, k_2 \in R$  - берилган сонлар.

Қўйилган масаланинг бир қийматли ечилишини текшираамиз.

**1-лемма.** Агар  $\beta \leq 0$ ,  $0 \leq \lambda \leq (1/4)[\sqrt{\alpha^2 - 8\beta} - \alpha]$ ,  $\gamma_j \leq 0$ ,  $j = \overline{1, n}$  бўлса,

$$y''(x) + \alpha y'(x) + \beta y(x) + \sum_{j=1}^n \gamma_j \int_0^x y(t) \bar{I}_{\delta_j} [\lambda_j(x-t)] dt = 0, \quad x \in (0,1); \quad (3)$$

$$y(0) = 0, \quad y(1) = 0 \quad (4)$$

чегаравий масала фақат тривиал ечимга эга бўлади, бу ерда  $\lambda = \sup \{|\lambda_1|, |\lambda_2|, \dots, |\lambda_n|\}$ .

**Исбот.** (3) тенгликни  $e^{-2\lambda x} y(x)$  функцияга кўпайтирамиз ва  $x$  бўйича  $[0, 1]$  сегментда интеграллаймиз. Сўнгра ҳосил бўлган тенгликдаги  $y''(x)$  ва  $y'(x)$  ҳосилалар иштирок этган интегралларни бўлаклар ва (4) шартларни ҳисобга олиб, қуйидаги тенгликка эга бўламиз:

$$\int_0^1 e^{-2\lambda x} [y'(x)]^2 dx - \int_0^1 e^{-2\lambda x} [2\lambda^2 + \alpha \lambda + \beta] y^2(x) dx -$$

*М.Абдуманнопов – ФарДУ физика-математика факультети  
математика ўқитиш методикаси йўналиши 3-курс талабаси.*

$$-\sum_{j=1}^n \gamma_j \int_0^1 e^{-2\lambda x} y(x) dx \int_0^x y(t) \bar{I}_{\delta_j} [\lambda_j (x-t)] dt = 0. \quad (5)$$

Аниққи, (5) тенгликдаги биринчи интеграл манфий эмас. Кўрсатиш қийин эмаски, агар  $\beta \leq 0$ ,  $0 \leq \lambda \leq (1/4)[\sqrt{\alpha^2 - 8\beta} - \alpha]$  тенгсизликлар бажарилса,  $2\lambda^2 + \alpha\lambda + \beta \leq 0$  тенгсизлик бажарилиб, (5) тенгликнинг иккинчи ҳади ҳам манфий бўлмайди.

(5) тенгликдаги учинчи ҳадни қарайлик ва

$$l_j = \int_0^1 e^{-2\lambda x} y(x) dx \int_0^x y(t) \bar{I}_{\delta_j} [\lambda_j (x-t)] dt, \quad j = \overline{1, n}$$

белгилашларни киритайлик. Бу ерда  $\bar{I}_{\delta_j} [\lambda_j (x-t)]$  функцияни

$$\bar{I}_{\delta_j} [\lambda_j (x-t)] = \frac{\Gamma(\delta_j + 1)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\delta_j + 1/2)} \int_{-1}^1 (1 - \xi^2)^{\delta_j - 1/2} ch[\lambda_j (x-t)\xi] d\xi$$

формула бўйича алмаштирамиз [1]:

$$l_j = \frac{\Gamma(\delta_j + 1)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\delta_j + 1/2)} \int_{-1}^1 (1 - \xi^2)^{\delta_j - 1/2} d\xi \int_0^1 e^{-2\lambda x} y(x) dx \int_0^x y(t) ch[\lambda_j (x-t)\xi] dt,$$

бу ерда  $\Gamma(z)$  - Эйлернинг гамма- функцияси.

Бу тенгликни  $2chx = e^x + e^{-x}$  формуладан фойдаланиб,

$$l_j = \frac{\Gamma(\delta_j + 1)}{2\sqrt{\pi} \Gamma(\delta_j + 1/2)} \int_{-1}^1 (1 - \xi^2)^{\delta_j - 1/2} d\xi \sum_{m=1}^2 \int_0^1 e^{-2x\mu_m(\xi)} \frac{d}{dx} \Phi_m^2(x, \xi) dx \quad (6)$$

кўринишда ёзиш мумкин, бу ерда

$$\mu_m(\xi) = \lambda + (-1)^m \lambda_j \xi, \quad \Phi_m(x, \xi) = \int_0^x y(t) e^{(-1)^m \lambda_j \xi t} dt.$$

Бўлаклаб интеграллаш формуласини қўллаб, (6) тенгликдан қуйидагига эга бўламиз:

$$l_j = \frac{\Gamma(\delta_j + 1)}{2\sqrt{\pi} \Gamma(\delta_j + 1/2)} \int_{-1}^1 (1 - \xi^2)^{\delta_j - 1/2} d\xi \times \sum_{m=1}^2 \left\{ e^{-2\mu_m(\xi)} \Phi_m^2(1, \xi) + 2\mu_m(\xi) \int_0^1 e^{-2x\mu_m(\xi)} \Phi_m^2(x, \xi) dx \right\}.$$

Бу ерда  $\mu_m(\xi) \geq 0$  эканлигини эътиборга олиб,  $l_j \geq 0, j = \overline{1, n}$  деган хулосага келамиз.

Буни ва  $\gamma_j \leq 0, j = \overline{1, n}$  эканлигини ҳисобга олсак, (5) тенгликдаги охириги ҳаднинг ҳам манфий эмаслиги келиб чиқади.

Юқорида исботланганларга асосан, (5) тенгликдан  $y'(x) \equiv 0$ , яъни  $y(x) = const$ ,  $x \in [0, 1]$  деган хулосага келамиз. Бундан эса (4) шартларга кўра  $y(x) \equiv 0, x \in [0, 1]$  эканлиги келиб чиқади. 1-лемма исботланди.

**1-теорема.** Агар лемма шартлари бажарилса, қўйилган масала биттадан ортиқ ечимга эга бўлмайди.

**Исбот.** Қўйилган масала  $y_1(x)$  ва  $y_2(x)$  ечимларга эга бўлсин деб, тескаридан фараз қилайлик. У ҳолда  $y(x) = y_1(x) - y_2(x)$  функция  $(0, 1)$  оралиқда (1) тенгламани ва унинг четларида эса (4) шартларни қаноатлантиради. 1- леммага асосан бундай функция айнан нолга тенг, яъни  $y(x) \equiv 0, x \in [0, 1]$ . Демак,  $y_1(x) \equiv y_2(x) \quad x \in [0, 1]$ . 1-теорема исбот бўлди.

**2-теорема.** Агар лемма шартлари бажарилса, қўйилган масаланинг ечими мавжуд ва ягона бўлади.

**Исбот.** (1) тенгламани  $y''(x) = g(x)$ ,  $x \in (0,1)$  кўринишда ёзиб олайлик, бу ерда

$$g(x) = f(x) - \alpha y'(x) - \beta y(x) - \sum_{j=1}^n \gamma_j \int_0^x y(t) \bar{I}_{\delta_j} [\lambda_j(x-t)] dt.$$

Агар  $g(x)$  функцияни маълум деб ҳисобласак, бу тенгламанинг ечими учун

$$y(x) = y(0)(1-x) + y(1)x + \int_0^1 G(x,t)g(t)dt, \quad x \in [0,1] \quad (7)$$

тенглик ўринли бўлади [2], бу ерда

$$G(x,t) = \begin{cases} x(t-1), & x \leq t; \\ (x-1)t, & x \geq t. \end{cases}$$

(7) тенгликда  $y(0)$ ,  $y(1)$  ва  $g(x)$  ларнинг ўрнига уларнинг ифодасини қўямиз. Сўнгра ҳосил бўлган тенгликда  $y'(t)$  иштирок этган интегрални бўлаклаймиз ва  $\gamma_j$  иштирок этган ҳадларда интеграллаш тартибини ўзгартирамиз. Натижада

$$y(x) - \int_0^1 M(x,t)y(t)dt = q(x), \quad x \in [0,1] \quad (8)$$

кўринишдаги интеграл тенгламага эга бўламиз, бу ерда

$$q(x) = k_1(1-x) + k_2x + \int_0^1 f(t)G(x,t)dt,$$

$$M(x,t) = \alpha G_t(x,t) - \beta G(x,t) - G(x,t) \int_t^1 \sum_{j=1}^n \gamma_j \bar{I}_{\delta_j} [\lambda_j(\xi-t)] dt.$$

(8)-  $y(x)$  номаълум функцияга нисбатан иккинчи тур Фредгольм интеграл тенгламаси бўлиб [3], қўйилган масалага эквивалентдир. Шунинг учун бу интеграл тенглама ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги қўйилган масала ечимининг ягоналигидан, яъни 1- теоремадан келиб чиқади [3].

(8) тенгликдан фойдаланиб кўрсатиш мумкинки,  $y(x) \in C[0,1] \cap C^2(0,1)$ . 2-теорема исботланди.

**Адабиётлар:**

1. Ўринов А.Қ. Телеграф тенгламаси учун чегаравий масалалар – Тошкент: университет, 1996.
2. Ўринов А.Қ. Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалалар. – Тошкент: MUMTOZ SO'Z, 2014.
3. Salohiddinov M.S. Integral tenglamalar. – Toshkent: Yangiyul polygraph service, 2007.

(Тақризчи: А.Ўринов, физика-математика фанлари доктори, профессор).