

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

**FarDU.
ILMIY
XABARLAR-**

1995 йилдан нашр этилади
Йилда 6 марта чиқади

2-2017
АПРЕЛЬ

**НАУЧНЫЙ
ВЕСТНИК.
ФерГУ**

Издаётся с 1995 года
Выходит 6 раз в год

Аниқ ва табиий фанлар

МАТЕМАТИКА

А.Қ.ЎРИНОВ, М.М.АБДУМАННОПОВ

Интеграл оператор қатнашган дифференциал тенглама учун интеграл шартли масала 5

ФИЗИКА, ТЕХНИКА

К.ОНАРҚУЛОВ, А.ЮЛДАШЕВ, Т.АЗИМОВ, Ш.ЙЎЛДОШ ҚОРИ

Висмут-сурма теллурид юпка пардаларнинг электрофизик хоссаларига технологик жараённинг таъсири..... 9

БИОЛОГИЯ, КИМЁ

Х.НИЯЗОВ, Ж.КУРБАНОВ, А.Х.ХАИТБАЕВ, Г.И.МУХАМЕДОВ

Саноат чиқиндилари ассида интерполимер композитлар олиш 13

М.М.НУРМАТОВА, Н.ИСМОИЛОВ, Ш.Ш.ТУРҒУНБОЕВ

Катионит КУ-2-8 иштирокида 4-метилфенолни α-фенилэтилспирт билан алкиллаш 19

Ш.МУХИДИНОВА

Ташқи муҳит ва мактабгача таълим муассасалари объектларида санитар-гельминтологик текширувларнинг таҳлили 21

ГЕОГРАФИЯ, ТУПРОҚШУНОСЛИК

М.ИСАҒАЛИЕВ, Г.ЮЛДАШЕВ, С.СОЛИЕВА

Бўз тупроқларда изеннинг биогеокимёвий хусусиятлари 24

Г. ЮЛДАШЕВ, Г.СОТИБОЛДИЕВА

Тупроқ ҳосил бўлишининг энергия манбалари 29

О.АБДУҒАНИЕВ, М.ДЕХҚОНБОЕВА

Геокомплексларни муҳофаза қилиш ва улардан фойдаланишнинг геоэкологик тамойиллари 34

Ижтимоий-гуманитар фанлар

ИҚТИСОДИЁТ

М.АДҲАМОВ, С.ИСМОИЛОВА

Ўрта ёшдаги ишсиз аҳолини иш билан таъминлаш муаммолари ва ечимларига бир назар 38

А.МИРЗАЕВ, А.АСРАҚУЛОВ, С.ХАЗРАТҚУЛОВ

Иқтисодиётни тартибга солишда молиявий кўрсаткичларни баҳолаш ва уларнинг таҳлили 41

ФАЛСАҒА, СИЁСАТ, ТАРИХ

И.М.АРЗИМАТОВА, И.Э.ЭРКИНОВ

Шахс камолотида ижтимоий омилларнинг ўрни 46

А.САЛМОНОВ, Д.ЮСУПОВ

XX асрнинг 50-60 йилларида ислом муассасалари фаолиятини совет ҳокимияти томонидан чеклаш сиёсати ва унинг оқибатлари. (Фарғона вилояти мисолида) 50

А.АШИРОВ, Ҳ.РАҲМАТИЛЛАЕВ, И.АБДУҲАМИДОВ

Ўзбек халқи этнографиясини ўрганишда ўчмас из қолдирган олима 53

Б.УСМОНОВ

Фарғона водийсининг Амир Темура давлати таркибига киритилиши 56

М.ИСОМИДДИНОВ, У.МЕЛИҚЎЗИЕВ

Зарафшон воҳаси деҳқон жамоалари ва чорвадорлар маданиятларининг ўзаро алоқалари 60

ИНТЕГРАЛ ОПЕРАТОР ҚАТНАШГАН ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМА УЧУН ИНТЕГРАЛ ШАРТЛИ МАСАЛА

А.Қ.Ўринов, М.М.Абдуманнопов

Аннотация

Ушбу мақолада интеграл оператор қатнашган иккинчи тартибли оддий дифференциал тенглама учун интеграл шартли масала ўрганилган.

Аннотация

В данной статье изучена задача с интегральным условием для простого дифференциального уравнения второго порядка с интегральным оператором.

Annotation

This article studied the problem with an integral condition for second-order ordinary differential equation with integral operator.

Таянч сўз ва иборалар: оддий дифференциал тенглама, интеграл оператор, чегаравий масала, интеграл шартли масала, интеграл тенглама.

Ключевые слова и выражения: простое дифференциальное уравнение, интегральный оператор, краевая задача, задача с интегральным условием, интегральное уравнение.

Key words and expressions: ordinary differential equation, integral operator, boundary-value problem, problem with integral condition, integral equation.

Фараз қилайлик, берилган $\alpha(x)$, $\beta(x)$ ва $\gamma(x)$ функциялар $[0,1]$ сегментда аниқланган ва узлуксиз бўлсин. $(0,1)$ интервалда

$$y''(x) + \alpha(x)y'(x) + \beta(x) \int_0^x y(t) J_0[\lambda(x-t)] dt + \gamma(x)y(x) = 0, \quad 0 < x < 1 \quad (1)$$

интегро - дифференциал тенгламани қарайлик, бу ерда λ - берилган ҳақиқий сон, $J_0(x)$ - биринчи тур Бессел функцияси [1].

Масала. (1) тенгламанинг $[0,1]$ сегментда аниқланган, узлуксиз ва қуйидаги шартларни қаноатлантирувчи ечими топилсин:

$$y(0) = k_1, \quad \int_0^1 y(x) dx = k_2, \quad (2)$$

бу ерда k_1 ва k_2 - берилган ҳақиқий сонлар.

Қўйилган масала бир қийматли ечилишини текшираимиз. Аввал қуйидаги леммаларни исботлаймиз.

1- лемма. Агар $y(x)$ функция $[0,1]$ сегментда узлуксиз бўлиб,

$$\int_0^1 y(x) dx = 0 \quad (3)$$

тенгликни қаноатлантирса, $[0,1]$ сегментда шундай ξ сон топиладики, $y(\xi) = 0$ тенглик ўринли бўлади.

Исбот. Агар $y(x) \geq 0$ ёки $y(x) \leq 0$ деб фараз қилсак, (3) тенглик бажарилмайди. Шунинг учун (3) дан келиб чиқадики, ёки $y(x) \equiv 0$, $x \in [0,1]$, ёки $y(x)$ функция $(0,1)$ оралиқда ишорасини ўзгартиради. Биринчи ҳолда теорема исбот бўлади, бунда ξ сифатида $(0,1)$ оралиқдаги ихтиёрий сонни олиш мумкин. Иккинчи ҳолда эса, $y(x)$ функциянинг $(0,1)$ да узлуксиз бўлганлиги учун шундай

$\xi \in (0,1)$ топиладики, $y(\xi) = 0$ тенглик ўринли бўлади.

А.Ўринов – ФарДУ, физика математика фанлари доктори, профессор,
М.Абдуманнопов – ФарДУ физика-математика факультети 3- курс талабаси.

1- лемма исботланди.

2-лемма. Агар $\beta(x_0) \leq 0$, $\beta'(x) \geq 0$, $(1/2)\alpha'(x) - \gamma(x) \geq 0$, $x \in [0, x_0]$ тенгсизликлар бажарилса, у ҳолда

$$y''(x) + \alpha(x)y'(x) + \beta(x) \int_0^x y(t) J_0[\lambda(x-t)] dt + \gamma(x)y(x) = 0, \quad x \in (0, x_0); \quad (4)$$

$$y(0) = 0, \quad y(x_0) = 0 \quad (5)$$

масала фақат тривиал ечимга эга бўлади.

Исбот. (4) тенгликни $y(x)$ га кўпайтириб, сўнгра x бўйича $[0, x_0]$ сегментда интеграллаймиз. Сўнгра ҳосил бўлган тенгликдаги $y''(x)$ ва $y'(x)$ ҳосилалар иштирок этган интегралларни бўлақлаб ва (5) шартларни ҳисобга олиб, қуйидаги тенгликга эга бўламиз:

$$\int_0^{x_0} [y'(x)]^2 dx + \int_0^{x_0} \left[\frac{1}{2} \alpha'(x) - \gamma(x) \right] y^2(x) dx - \int_0^{x_0} y(x) \beta(x) dx \int_0^{x_0} y(t) J_0[\lambda(x-t)] dt = 0. \quad (6)$$

Энди (6) даги учинчи интегрални қараймиз. Уни ℓ билан белгилаб, $J_0[\lambda(x-t)]$ функцияни

$$J_0[\lambda(x-t)] = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-1}^1 (1-\eta^2)^{-1/2} \cos[\lambda(x-t)\eta] d\eta$$

тенглик билан алмаштирамиз [1]:

$$\ell = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-1}^1 (1-\eta^2)^{-1/2} \left\{ \int_0^{x_0} \beta(x) y(x) dx \int_0^x y(t) \cos[\lambda(x-t)\eta] \right\} d\eta.$$

Бу ифодадаги $\cos[\lambda(x-t)\eta]$ функцияни

$$\cos[\lambda(x-t)\eta] = \cos(\lambda x \eta) \cos(\lambda t \eta) + \sin(\lambda x \eta) \sin(\lambda t \eta)$$

тенглик орқали алмаштирадик, ℓ ни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\ell = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-1}^1 (1-\eta^2)^{-1/2} \left\{ \int_0^{x_0} \beta(x) \frac{d}{dx} \left[\left(\int_0^x y(t) \cos(\lambda t \eta) dt \right)^2 + \left(\int_0^x y(t) \sin(\lambda t \eta) dt \right)^2 \right] \right\} dx.$$

Бу ердаги x бўйича интегрални бўлақласак,

$$\ell = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-1}^1 (1-\eta^2)^{-1/2} \left\{ \beta(x_0) \left[\left(\int_0^{x_0} y(t) \cos(\lambda t \eta) dt \right)^2 + \left(\int_0^{x_0} y(t) \sin(\lambda t \eta) dt \right)^2 \right] - \int_0^{x_0} \beta'(x) \left[\left(\int_0^x y(t) \cos(\lambda t \eta) dt \right)^2 + \left(\int_0^x y(t) \sin(\lambda t \eta) dt \right)^2 \right] dx \right\} d\eta$$

тенгликка эга бўламиз.

$\lambda \in R$ ва $\beta(x_0) \leq 0$, $\beta'(x) \geq 0$, $\forall x \in [0, x_0]$ тенгсизликларга асосан охириги тенгликдан $\ell \leq 0$ эканлиги келиб чиқади. Бу ва $(1/2)\alpha'(x) - \gamma(x) \geq 0$, $\forall x \in [0, x_0]$ тенгсизликни эътиборга олсак, (6) тенгликдан $y'(x) \equiv 0$, яъни $y(x) = const$, $x \in [0, x_0]$ деган хулоса келиб чиқади. Бундан эса (5) шартларга асосан $y(x) \equiv 0$, $x \in [0, x_0]$ эканлиги келиб чиқади. 2- лемма исботланди.

1- теорема. Агар $\beta(x) \leq 0$, $\beta'(x) \geq 0$, $(1/2)\alpha'(x) - \gamma(x) \geq 0$, $x \in [0,1]$ тенгсизликлар бажарилса, қўйилган масала биттадан ортиқ ечимга эга бўлмайди.

Исбот. Қўйилган масала $y_1(x)$ ва $y_2(x)$ ечимларга эга бўлсин деб тескаридан фараз қилайлик. У ҳолда $y(x) = y_1(x) - y_2(x)$ функция (1) тенгламани ва

$$y(0) = 0, \quad \int_0^1 y(x) dx = 0 \quad (7)$$

шартларни қаноатлантиради. (7) тенгликларнинг иккинчиси ва 1-леммага асосан, шундай $x_0 \in (0,1)$ мавжудки, $y(x_0) = 0$ тенглик ўринли бўлади. Буни эътиборга олиб, $\{(4),(5)\}$ масалани қарасак, 2- леммага асосан $y(x) \equiv 0$, $x \in [0, x_0]$ тенгликка эга бўламиз.

$y(x) \equiv 0$, $x \in [0, x_0]$ тенгликни эътиборга олсак, $\{(1),(7)\}$ масаладан

$$y''(x) + \alpha(x)y'(x) + \beta(x) \int_0^x y(t) J_0[\lambda(x-t)] dt + \gamma(x)y(x) = 0, \quad x \in (x_0, 1); \quad (8)$$

$$y(x_0) = 0, \quad \int_{x_0}^1 y(x) dx = 0 \quad (9)$$

тенгликларнинг ўринли эканлиги келиб чиқади.

$\{(8),(9)\}$ тенгликларга юқоридаги усул билан 1- ва 2- леммаларни қўлласак, шундай $x_1 \in (x_0, 1)$ мавжудки, $y(x) \equiv 0$, $x \in [x_0, x_1]$ тенглик ўринли эканлигини топамиз.

Буни эътиборга олсак, (8) ва (9) тенгликлардан

$$y''(x) + \alpha(x)y'(x) + \beta(x) \int_{x_1}^1 y(t) J_0[\lambda(x-t)] dt + \gamma(x)y(x) = 0, \quad x \in (x_1, 1);$$

$$y(x_1) = 0, \quad \int_{x_1}^1 y(x) dx = 0$$

тенгликларнинг ўринли эканлигини топамиз.

Бу тенгликларга ҳам 1- ва 2- леммани қўллаймиз ва юқоридаги мулоҳазаларни такрорлаймиз. Натижада $[0,1]$ сегмент ичига жойлашган шундай $[0, x_0], [x_0, x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_n, x_{n+1}] \dots$ оралиқлар системасига эга бўламизки, бу оралиқларда $y(x) \equiv 0$ бўлиб, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1$ тенглик ҳам ўринли бўлади. Буларни ва $y(x) \in C[0,1]$ эканлигини эътиборга олсак, $y(1) \equiv 0$, деган хулосага эга бўламиз. Демак, $y(x) \equiv 0$, $x \in [0,1]$. Унда $y_1(x) \equiv y_2(x)$, $x \in [0,1]$. 1- теорема исботланди.

2-теорема. Агар 1- теорема шартлари ва $\alpha(x) \in C^1[0,1]$ шарт бажарилса, қўйилган масаланинг ечими мавжуд ва ягона бўлади.

Исбот. (1) тенгламани

$$y''(x) = f(x), \quad x \in (0,1) \quad (10)$$

кўринишда ёзиб олайлик, бу ерда

$$f(x) = -\alpha(x)y'(x) - \gamma(x)y(x) - \beta(x) \int_0^x y(t) J_0[\lambda(x-t)] dt.$$

Агар $f(x)$ функцияни ва $y(1)$ сонни маълум деб ҳисобласак, (10) тенгламанинг $y(x)$ ечими учун

$$y(x) = y(0)(1-x) + y(1)x + \int_0^1 G(x,t) f(t) dt, \quad x \in [0,1] \quad (11)$$

тенглик ўринли бўлади [2], бу ерда

$$G(x,t) = \begin{cases} x(t-1), & x \leq t; \\ (x-1)t, & x \geq t. \end{cases}$$

(11) тенгликда $y(0)$ ўрнига k_1 ва $f(x)$ функция ўрнига эса унинг ифодасини кўямиз. Сўнгра ҳосил бўлган тенгликда $y'(t)$ иштирок этган интегрални бўлақлаймиз ва $\beta(t)$ иштирок этган ҳадда интеграллаш тартибини ўзгартирамиз. Натижада

$$y(x) = k_1(1-x) + y(1)x + \int_0^1 M(x,t)y(t)dt, \quad x \in [0,1] \quad (12)$$

кўринишдаги тенгликка эга бўламиз, бу ерда

$$M(x,t) = [G(x,t)\alpha(t)]'_t - G(x,t) \left[\gamma(t) + \int_t^1 \beta(\xi) \bar{J}_s[\lambda(\xi-t)]dt \right].$$

(12) тенгликни x бўйича $[0,1]$ ораликда интеграллаб, (2) шартларнинг иккинчисини эътиборга олсак, $y(1)$ номаълум сон қуйидагича топилади:

$$y(1) = 2k_2 - k_1 - 2 \int_0^1 y(t) \left[\int_0^1 M(x,t)dx \right] dt.$$

$y(1)$ нинг бу ифодасини (12) тенгликка қўйиб, баъзи шакл алмаштиришларни бажарсак,

$$y(x) - \int_0^1 M_1(x,t)y(t)dt = F(x), \quad x \in [0,1] \quad (13)$$

кўринишдаги тенгликка эга бўламиз, бу ерда

$$F(x) = k_1(1-2x) + 2k_2x, \quad M_1(x,t) = M(x,t) - 2x \int_0^1 M(z,t)dz.$$

(13)- $y(x)$ номаълум функцияга нисбатан иккинчи тур Фредгольм интеграл тенгламаси бўлиб [3], қўйилган масалага эквивалентдир. Шунинг учун бу интеграл тенглама ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги қўйилган масала ечимининг ягоналигидан, яъни 1- теоремадан келиб чиқади [3].

(13) интеграл тенгламанинг ечими $M_1(x,t)$ ядро резольвентаси $R(x,t)$ ёрдамида

$$y(x) = F(x) + \int_0^1 R(x,t)F(t)dt, \quad x \in [0,1]$$

кўринишда ёзилади. Бу тенгликдан фойдаланиб кўрсатиш мумкинки, $y(x) \in C[0,1] \cap C^2(0,1)$. 2- теорема исботланди.

Адабиётлар:

1. Ўринов А.Қ. Махсус функциялар ва махсус операторлар. – Фарғона: “Фарғона”, 2012.
2. Ўринов А.Қ. Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалалар. – Т.: MUMTOZ SO'Z, 2014.
3. Салоҳидинов М.С. Интеграл тенгламалар. – Т.: Yangiyul polygraph service, 2007.