

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

**FarDU.
ILMIY
XABARLAR-**

1995 йилдан нашр этилади
Йилда 6 марта чиқади

1-2018
февраль

**НАУЧНЫЙ
ВЕСТНИК.
ФерГУ**

Издаётся с 1995 года
Выходит 6 раз в год

Аниқ ва табиий фанлар

МАТЕМАТИКА

А.ЎРИНОВ, М.РАХИМОВА Иккинчи тартибли интегро-дифференциал тенглама учун аралаш чегаравий масала	5
А.МАДРАХИМОВ, С.КУКИЕВА Математик статистиканинг таҳлил қилиш усулининг бир масалага татбиғи	9
З.СИДДИҚОВ Математик моделлаштириш кўникмасини шакллантириш асосида талабаларни касбга йўналтириш	12

ФИЗИКА, ТЕХНИКА

Ш.ЯКУБОВА, Н.НОСИРОВ, О.ТЎЛАНОВ Газларнинг молекуляр-кинетик назариясининг асосий тенгламаси	17
З.ХУСАНОВ, Б.ОМОНОВ Умумий ўрта таълим мактабларида “Ой - Ернинг табиий йўлдоши” мавзусини ўқитишда интерфаол методлардан фойдаланиш	20

КИМЁ

М.АХМАДАЛИЕВ Дифурфурилиденацетон-ДИФА ҳосил бўлиш реакцияси	23
--	----

БИОЛОГИЯ, ҚИШЛОҚ ХЎЖАЛИГИ

Ё.ҚАЮМОВА, Д.КОМИЛОВА, Б.БАХРОМОВА Қўлоғирлик сезгисининг турли ёшдаги болаларда ривожланишининг психофизиологик хусусиятлари	28
---	----

ГЕОГРАФИЯ, ТУПРОҚШУНОСЛИК

Р.ПИРНАЗАРОВ Қурбонқўлнинг пайдо бўлиши ва қўл ҳавзасининг табиий шароити	31
У.МИРЗАЕВ Исфайрам-Шоҳимардонсой конус ёйилмалари тупроқлари шўрланиш ва шўрсизланишининг умумий қонуниятлари	34

Ижтимоий-гуманитар фанлар

ИҚТИСОДИЁТ

А.ЭРГАШЕВ Реал сектор корхоналарини инновацион ривожлантиришнинг асосий йўналишлари	39
---	----

ТАРИХ

С.ШАДМАНОВА XIX асрнинг охири – XX аср бошларида Тошкент шаҳрининг санитар аҳволи ва муаммолари	43
Б.УСМОНОВ Одилшоҳ Жалойир исёни: сабаб, жараён ва оқибат	47

ФАЛСАФА, СИЁСАТ

Т.АБДУЛЛАЕВ Фанлар интеграциялашувида фалсафанинг ўрни	51
--	----

ИККИНЧИ ТАРТИБЛИ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМА УЧУН АРАЛАШ ЧЕГАРАВИЙ МАСАЛА

А.Уринов, М.Рахимова

Аннотация

Ушбу мақолада иккинчи тартибли бир интегро-дифференциал тенглама учун икки нуқтали аралаш чегаравий масала ўрганилган. Бу масала ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги исботланган.

Аннотация

В данной статье поставлена двухточечная смешанная краевая задача для одного интегро-дифференциального уравнения второго порядка. Доказано существование и единственность решения поставленной задачи.

Annotation

In the article a two-points mixed boundary-value problem for the second order integral-differential equation is set. The uniqueness and existence of solution of the considered problem is proved.

Таянч сўз ва иборалар: интегро-дифференциал тенглама, аралаш чегаравий масала, интеграл тенглама, ечим.

Ключевые слова и выражения: интегро-дифференциальное уравнение, краевая задача, интегральное уравнение, решение.

Key words and expressions: integral-differential equation, mixed boundary-value problem, integral equation, solution.

Куйидаги интегро-дифференциал тенгламани кўрайлик:

$$y''(x) + \alpha(x)y'(x) + \beta(x)y(x) + \gamma(x) \int_0^x (x-t)^{-a} ch(x+t)y(t)dt + \\ + \delta(x) \int_x^1 (t-x)^{-b} ch(x+t)y(t)dt = f(x), \quad 0 < x < 1, \quad (1)$$

бунда $a, b = \text{const} \in (0,1)$; $\alpha(x), \beta(x), \gamma(x), \delta(x), f(x)$ - берилган функциялар.

Масала: (1) тенгламанинг $C^1[0,1] \cap C^2(0,1)$ синфга тегишли ва

$$y(0) - y'(0) = k_1, \quad y(1) + y'(1) = k_2 \quad (2)$$

шартларни қаноатлантирувчи ечими топилсин, бу ерда k_1, k_2 - берилган сонлар.

Дастлаб қўйилган масаланинг бир қийматли ечилишини текширамыз.

1-теорема. Агар $\alpha(x), \gamma(x), \delta(x) \in C^1[0,1]$, $\alpha(0) \geq 0$, $\alpha(1) \leq 0$, $\gamma(1) \leq 0$, $\gamma'(x) \geq 0$, $\delta(0) \leq 0$, $\delta'(x) \leq 0$, $\alpha'(x) - 2\beta(x) \geq 0$, $x \in [0,1]$ шартлар бажарилса, $\{(1), (2)\}$ масала биттадан ортиқ ечимга эга бўлмайди.

Исбот. Бу теоремани исботлаш учун куйидаги тенгламанинг

$$y''(x) + \alpha(x)y'(x) + \beta(x)y(x) + \gamma(x) \int_0^x (x-t)^{-a} ch(x+t)y(t)dt + \\ + \delta(x) \int_x^1 (t-x)^{-b} ch(x+t)y(t)dt = 0, \quad 0 < x < 1 \quad (3)$$

ушбу бир жинсли шартларни

А.Ўринов – ФарДУ, физика-математика фанлари доктори, профессор.

М.Рахимова – ФарДУ математика ўқитиш методикаси йўналиши 3-курс талабаси.

$$y(0) = y'(0), \quad y(1) = -y'(1) \quad (4)$$

қаноатлантирувчи ечими фақат $y(x) \equiv 0$ бўлишини исботлаш етарли. Бунинг учун энергия интеграллари усулидан фойдаланамиз. Аввал (3) тенгликни $y(x)$ га кўпайтирамиз ва x бўйича $[0,1]$ сегментда интеграллаймиз. Сўнгра ҳосил бўлган тенгликдаги $y''(x)$ ва $y'(x)$ ҳосилалар иштирок этган интегралларни бўлаклаб ва (4) шартларни ҳисобга олиб,

$$\int_0^1 [y'(x)]^2 dx + [y'(1)]^2 + [y'(0)]^2 + \int_0^1 [(1/2)\alpha'(x) - \beta(x)] y^2(x) dx - \\ - (1/2)\alpha(1)y^2(1) + (1/2)\alpha(0)y^2(0) - \int_0^1 \gamma(x)y(x) dx \int_0^x (x-t)^{-a} ch(x+t)y(t) dt - \\ - \int_0^1 \delta(x)y(x) dx \int_x^1 (t-x)^{-b} ch(x+t)y(t) dt = 0 \quad (5)$$

тенгликка эга бўламиз. (5) тенгликдаги учинчи интегрални s_1 билан белгилайлик. $ch(x+t)$ ва $(x-t)^{-a}$ функцияларнинг $ch(x+t) = (e^{x+t} + e^{-x-t})/2$,

$$(x-t)^{-a} = [\Gamma(a)\cos(a\pi/2)]^{-1} \int_0^{+\infty} \eta^{a-1} \cos[(x-t)\eta] d\eta \quad \text{кўринишларидан}$$

фойдаланиб, s_1 ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$s_1 = [2\Gamma(a)\cos(a\pi/2)]^{-1} \int_0^{+\infty} \eta^{a-1} d\eta \int_0^1 \gamma(x) \left\{ y(x) \int_0^x (e^{x+t} + e^{-x-t}) \cos[(x-t)\eta] y(t) dt \right\} dx.$$

Бу тенгликнинг ўнг томонида турган ифодага $\cos(x-t) = \cos x \cos t + \sin x \sin t$,

$$e^{x+t} = e^x \cdot e^t, \quad f(x) \int_m^x f(t) dt = \frac{1}{2} \frac{d}{dx} \left(\int_m^x f(t) dt \right)^2 \quad \text{формулаларни қўллаб, баъзи}$$

алмаштиришлардан сўнг қуйидаги тенгликни ҳосил қиламиз:

$$s_1 = \frac{1}{4\Gamma(a)\cos(a\pi/2)} \int_0^{+\infty} \eta^{a-1} d\eta \int_0^1 \gamma(x) \frac{d}{dx} \left[\left(\int_0^x e^t \cos(\eta t) y(t) dt \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(\int_0^x e^t \sin(\eta t) y(t) dt \right)^2 + \left(\int_0^x e^{-t} \cos(\eta t) y(t) dt \right)^2 + \left(\int_0^x e^{-t} \sin(\eta t) y(t) dt \right)^2 \right] dx.$$

Бу ерда x бўйича интегрални бўлаклаб, ушбу тенгликка эга бўламиз:

$$s_1 = \frac{1}{4\Gamma(a)\cos(a\pi/2)} \int_0^{+\infty} \eta^{a-1} d\eta \left\{ \gamma(1) \left[\left(\int_0^1 e^t \cos(\eta t) y(t) dt \right)^2 + \left(\int_0^1 e^t \sin(\eta t) y(t) dt \right)^2 + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\int_0^1 e^{-t} \cos(\eta t) y(t) dt \right)^2 + \left(\int_0^1 e^{-t} \sin(\eta t) y(t) dt \right)^2 \Big] - \int_0^1 \gamma'(x) \left[\left(\int_0^x e^t \cos(\eta t) y(t) dt \right)^2 + \right. \\
& \left. + \left(\int_0^x e^t \sin(\eta t) y(t) dt \right)^2 + \left(\int_0^x e^{-t} \cos(\eta t) y(t) dt \right)^2 + \left(\int_0^x e^{-t} \sin(\eta t) y(t) dt \right)^2 \right] dx \Big\}. \quad (5)
\end{aligned}$$

тенгликнинг тўртинчи интеграллини s_2 билан белгиласак ва юқоридаги ҳисоблашларни бажарсак, қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$\begin{aligned}
s_2 = & \frac{1}{4\Gamma(b)\cos(b\pi/2)} \int_0^{+\infty} \eta^{b-1} d\eta \left\{ \delta(0) \left[\left(\int_0^1 e^t \cos(\eta t) y(t) dt \right)^2 + \left(\int_0^1 e^t \sin(\eta t) y(t) dt \right)^2 + \right. \right. \\
& + \left. \left(\int_0^1 e^{-t} \cos(\eta t) y(t) dt \right)^2 + \left(\int_0^1 e^{-t} \sin(\eta t) y(t) dt \right)^2 \right] + \int_0^1 \delta'(x) \left[\left(\int_x^1 e^t \cos(\eta t) y(t) dt \right)^2 + \right. \\
& \left. + \left(\int_x^1 e^t \sin(\eta t) y(t) dt \right)^2 + \left(\int_x^1 e^{-t} \cos(\eta t) y(t) dt \right)^2 + \left(\int_x^1 e^{-t} \sin(\eta t) y(t) dt \right)^2 \right] dx \Big\}.
\end{aligned}$$

Масалада ва 1-теоремада қўйилган шартларга асосан $\Gamma(a) > 0$, $\cos(a\pi/2) > 0$, $\gamma(1) \leq 0$, $\gamma'(x) \geq 0$, $\Gamma(b) > 0$, $\cos(b\pi/2) > 0$, $\delta(0) \leq 0$, $\delta'(x) \leq 0$, демак, $s_1 \leq 0$, $s_2 \leq 0$. Буни ва $\alpha'(x) - 2\beta(x) \geq 0$, $\alpha(0) \geq 0$, $\alpha(1) \leq 0$, $\forall x \in [0,1]$ тенгсизликларни эътиборга олсак, (5) тенгликдан ва (4) шартлардан $y(x) \equiv 0$, $x \in [0,1]$ эканлиги келиб чиқади. 1-теорема исботланди.

2-теорема. Агар 1-теорема шартлари бажарилса, қўйилган масаланинг ечими мавжуд ва ягона бўлади.

Исбот. (1) тенгламани қуйидаги кўринишда ёзиб олайлик:

$$y''(x) = g(x), \quad (6)$$

бу ерда

$$\begin{aligned}
g(x) = & f(x) - \alpha(x)y'(x) - \\
& - \delta(x) \int_x^1 (t-x)^{-b} ch(x+t)y(t) dt - \gamma(x) \int_0^x (x-t)^{-a} ch(x+t)y(t) dt - \beta(x)y(x).
\end{aligned}$$

2-теоремани исботлашда (6) тенгламанинг хусусий ҳоли бўлган $y''(x) = 0$ тенглама учун (4) шартлар билан қўйилган масаланинг Грин функциясидан фойдаланиш мумкин [1]. Бу функция қуйидаги кўринишга эга:

$$G(x,t) = (1/3)(t-2)(x+1), \quad x < t; \quad G(x,t) = (1/3)(t+1)(x-2), \quad x > t.$$

{(6),(2)} масалани $z(x) = y(x) + (1/3)k_1(x-2) - (1/3)k_2(x+1)$ алмаштириш ёрдамида бир жинсли чегаравий шартли қуйидаги

$$z''(x) = g(x), \quad z(0) = z'(0), \quad z(1) = -z'(1) \quad (7)$$

масалага келтириб оламиз. Агар вақтинча $g(x)$ ни маълум функция десак, (7) масаланинг ечими Гильберт теоремасига асосан $z(x) = \int_0^1 G(x,t)g(t)dt$ формула билан аниқланади.

Бу тенгликка $g(x)$ ва $z(x)$ функцияларнинг ифодасини қўямиз. Сўнгра $y'(t)$ иштирок этган интегрални бўлаклаймиз ҳамда такрорий интегралларда интеграллаш тартибини алмаштираемиз:

$$y(x) = (1/3) \left[k_1(2-x) + k_2(x+1) + (x+1)\alpha(1)y(1) + (x-2)\alpha(0)y(0) \right] + \int_0^1 G(x,t)f(t)dt + \int_0^1 \left\{ \left[G(x,t)\alpha(t) \right]'_t - G(x,t)\beta(t) - \int_t^1 G(x,z)\gamma(z)(z-t)^{-a} ch(z+t)dz - \int_0^t G(x,z)\delta(z)(t-z)^{-b} ch(z+t)dz \right\} y(t)dt. \quad (8)$$

(8) тенгликда дастлаб $x=1$, сўнгра $x=0$ десак, $y(1)$ ва $y(0)$ ларга нисбатан

$$\begin{cases} \left[1 - (2/3)\alpha(1) \right] y(1) + (1/3)\alpha(0)y(0) = h_1(t), \\ - (1/3)\alpha(1)y(1) + \left[1 + (2/3)\alpha(0) \right] y(0) = h_2(t) \end{cases}$$

системага эга бўламиз. Бу ерда $h_1(t)$ ва $h_2(t)$ - (8) ифодага мос равишда $x=1$ ва $x=0$ қийматларни қўйганимизда ҳосил бўлган озод функциялардир. Бу системанинг асосий детерминанти $1 + (2/3)[\alpha(0) - \alpha(1)] - (1/3)\alpha(0)\alpha(1) \neq 0$ бўлгани учун $y(1)$ ва $y(0)$ номаълумлар бир қийматли топилди. Топилган $y(1)$ ва $y(0)$ ларни (8) тенгликка қўйиб, уни

$$y(x) + \int_0^1 K(x,t)y(t)dt = q(x), \quad x \in [0,1] \quad (9)$$

кўринишда ёзиш мумкин. Бу ерда $K(x,t) - \{(x,t): 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq 1\}$ тўртбурчакда чегараланган ва бўлакли узлуксиз маълум функция, $q(x)$ эса $[0,1]$ оралиқда узлуксиз бўлган маълум функция. (9) интеграл тенглама - $y(x)$ номаълум функцияга нисбатан иккинчи тур Фредгольм интеграл тенгламаси бўлиб [1,2], қўйилган масалага эквивалентдир. Шунинг учун бу интеграл тенглама ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги қўйилган масала ечимининг ягоналигидан, яъни 1-теоремадан келиб чиқади. 2-теорема исботланди.

Адабиётлар:

1. Ўринов А.Қ. Оддий дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалалар. – Т.: МУМТОЗ СЎЗ, 2014.
2. Салоҳиддинов М.С. Интеграл тенгламалар. – Т.: Yangiyul polygraph service, 2007.