

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

**FarDU.
ILMIY
XABARLAR-**

1995 йилдан нашр этилади
Йилда 6 марта чиқади

1-2021

**НАУЧНЫЙ
ВЕСТНИК.
ФерГУ**

Издаётся с 1995 года
Выходит 6 раз в год

Муассис: Фарғона давлат университети.

«FarDU. ILMIY XABARLAR – НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК. ФерГУ» журналі бир йилда олти марта чоп этилади.

Журнал филология, кимё ҳамда тарих фанлари бўйича Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрлар рўйхатига киритилган.

Журналдан мақола кўчириб босилганда, манба кўрсатилиши шарт.

Ўзбекистон Республикаси Президенти Администрацияси ҳузуридаги Ахборот ва оммавий коммуникациялар агентлиги томонидан 2020 йил 2 сентябрда 1109 рақами билан рўйхатга олинган.

Муқова дизайни ва оригинал макет ФарДУ таҳририят-нашриёт бўлимида тайёрланди.

Таҳрир ҳайъати

Бош муҳаррир
Масъул муҳаррир

МАКСУДОВ Р.Х.
ЎРИНОВ А.А.

ФАРМОНОВ Ш. (Ўзбекистон)
БЕЗГУЛОВА О.С. (Россия)
РАШИДОВА С. (Ўзбекистон)
ВАЛИ САВАШ ЙЕЛЕК. (Туркия)
ЗАЙНОБИДДИНОВ С. (Ўзбекистон)

JEHAN SHANZADAN NAYYAR. (Япония)
LEEDONG WOOK. (ЖанубийКорея)
АЪЗАМОВ А. (Ўзбекистон)
КЛАУС ХАЙНСГЕН. (Германия)
БАХОДИРХОНОВ К. (Ўзбекистон)

ҒУЛОМОВ С.С. (Ўзбекистон)
БЕРДЫШЕВ А.С. (Қозоғистон)
КАРИМОВ Н.Ф. (Ўзбекистон)
ЧЕСТМИР ШТУКА. (Словакия)
ТОЖИБОЕВ К. (Ўзбекистон)

Таҳририят кенгаши

ҚОРАБОЕВ М. (Ўзбекистон)
ОТАЖОНОВ С. (Ўзбекистон)
ЎРИНОВ А.Қ. (Ўзбекистон)
РАСУЛОВ Р. (Ўзбекистон)
ОНАРҚУЛОВ К. (Ўзбекистон)
ГАЗИЕВ Қ. (Ўзбекистон)
ЮЛДАШЕВ Г. (Ўзбекистон)
ХОМИДОВ Ғ. (Ўзбекистон)
АСҚАРОВ И. (Ўзбекистон)
ИБРАГИМОВ А. (Ўзбекистон)
ИСАҒАЛИЕВ М. (Ўзбекистон)
ҚЎЗИЕВ Р. (Ўзбекистон)
ХИКМАТОВ Ф. (Ўзбекистон)
АХМАДАЛИЕВ Ю. (Ўзбекистон)
СОЛИЖОНОВ Й. (Ўзбекистон)
МАМАЖОНОВ А. (Ўзбекистон)

ИСОҚОВ Э. (Ўзбекистон)
ИСКАНДАРОВА Ш. (Ўзбекистон)
МЎМИНОВ С. (Ўзбекистон)
ЖЎРАЕВ Х. (Ўзбекистон)
КАСИМОВ А. (Ўзбекистон)
САБИРДИНОВ А. (Ўзбекистон)
ХОШИМОВА Н. (Ўзбекистон)
ҒОҒУРОВ А. (Ўзбекистон)
АДҲАМОВ М. (Ўзбекистон)
ХОНКЕЛДИЕВ Ш. (Ўзбекистон)
ЭГАМБЕРДИЕВА Т. (Ўзбекистон)
ИСОМИДДИНОВ М. (Ўзбекистон)
УСМОНОВ Б. (Ўзбекистон)
АШИРОВ А. (Ўзбекистон)
МАМАТОВ М. (Ўзбекистон)
ХАКИМОВ Н. (Ўзбекистон)
БАРАТОВ М. (Ўзбекистон)

Муҳаррирлар: Ташматова Т.
Жўрабоева Г.

Мусахҳиҳлар: Шералиева Ж.
Мамаджонова М.

Таҳририят манзили:

150100, Фарғона шаҳри, Мураббийлар кўчаси, 19-уй.
Тел.: (0373) 244-44-57. Мобил тел.: (+99891) 670-74-60
Сайт: www.fdu.uz

Босишга рухсат этилди:

Қоғоз бичими: - 60×84 1/8

Босма табоғи:

Офсет босма: Офсет қоғози.

Адади: 100 нусха

Буюртма №

ФарДУ нусха кўпайтириш бўлимида чоп этилди.

Манзил: 150100, Фарғона ш., Мураббийлар кўчаси, 19-уй.

**Фарғона,
2021.**

Аниқ ва табиий фанлар

МАТЕМАТИКА

А.Ўринов, Ш.Хайдарова Олтинчи тартибли гиперболик типдаги дифференциал тенглама учун бошланғич масала	6
А.Ахлимирзаев, М.Ибрагимов, И.Ақромова Хосмас интеграллар ва уларни ўрганиш бўйича баъзи бир мулоҳазалар	14
Б.Кадиркулов, М.Жалилов Капутооператори қатнашган тўртинчи тартибли аралаш типдаги тенглама учун бир нолокал масала ҳақида	19

ФИЗИКА, ТЕХНИКА

У.Тойиров, Д.Рохмонов, Р.Мурадов Хомашё валигининг жин машинаси самарадорлигига таъсирини ўрганиш	25
М.Собиров, Х.Сатторова, Р.Тошқўзиев Қутбланган ёруғликни стоқс параметрлари орқали тасвирлаш	31

КИМЁ

И.Асқаров, М.Ақбарова Айрим синтетик кир ювиш воситаларининг кимёвий таркиби ва уларни синфлаш	36
Ш.Абдуллоев Темир (III) асосидаги гетеробиметаллик оксо-карбоксилатларнинг электрон парамагнитик резонанс спектрлари	40
И.Асқаров, Ш.Қирғизов, Ю.Бадалова Шоколаднинг кимёвий таркиби ва физик-кимёвий кўрсаткичлари бўйича таҳлили	46
Р.Исматова, М.Амонова, М.Амонов Пахта толаси асосидаги калава ипларни янги таркиб билан оҳорлашни физик-кимёвий асослаш	51
Д.Каримова, В.Хужаев, Г.Рахматуллаева Косметик кремлар сифатини органолептик ва физик-кимёвий услублар ёрдамида аниқлаш	57
Ў.Ҳолмирзаев 9-синф ўқувчиларининг кимё фанидан экспериментал кўникмаларини шакллантиришни такомиллаштириш	62

Ижтимоий-гуманитар фанлар

ТАРИХ

Т.Эгамбердиева, Н.Самедова Ўзбек ва турк халқларининг миллий урф-одат ва анаъаналаридаги уйғунликлар таҳлили....	67
Р.Арслонзода, Д.Муйдинов Ўзбекистон Республикасининг архив иши соҳасидаги халқаро алоқалари	71
А.Ерметов Ўзбекистон ички ишлар органлари ходимларининг миллий таркиби хусусида (1925-1985 йиллар)	78
И.Ғуломов Туркистон ўлкасида аҳолини рўйхатга олиш тадбирларига оид айрим мулоҳазалар (1897-1920 йиллар мисолида)	85
Р.Расулова Ўзбек ва татар маърифатпарварларининг ҳамкорлик муносабатлари	90
Ш.Саидахматов Урбанизация ижтимоий жараён сифатида: тарихшунослик таҳлили	95

УДК 517.946.6

КАПУТООПЕРАТОРИ ҚАТНАШГАН ТҮРТИНЧИ ТАРТИБЛИ АРАЛАШ ТИПДАГИ ТЕНГЛАМА
УЧУН БИР НОЛОКАЛ МАСАЛА ҲАҚИДАОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА
ЧЕТВЁРТОГО ПОРЯДКА С ОПЕРАТОРОМ КАПУТОON A NONLOCAL PROBLEM FOR A FOURTH-ORDER MIXED TYPE EQUATION WITH
THE CAPUTO OPERATORБахтиёр Жалилович Кадиркулов¹, Мухаммадали Абдумуталибович Жалилов²¹Бахтиёр Жалилович Кадиркулов

– Ташкентский государственный университет востоковедения, доцент, кафедры математики и информационных технологий доктор физико-математических наук (DSc).

²Мухаммадали Абдумуталибович Жалилов

– ФерГУ, старший преподаватель кафедры методики начального образования.

Аннотация

Мақолада Капуто маъносидаги каср ҳосилалари тўртинчи тартибли аралаш турдаги тенглама учун нолокал масала ўрганилган. Ўзгарувчиларни ажратиш усули ёрдамида қаралаётган масала регуляри ечимининг мавжудлиги ва ягоналиги ҳақидаги теорема исботланган. Масала ечимининг берилганларга узлуксиз боғлиқлиги кўрсатилган.

Аннотация

В статье для уравнений смешанного типа четвертого порядка с дробной производной Капуто в прямоугольной области изучается нелокальная задача. С помощью метода разделения переменных доказывается теорема о единственности и существовании регулярного решения этой задачи. Доказано, что решение задачи является непрерывным с данными.

Annotation

This article explores the nonlocal problem for the quadratic fourth-order mixed-type equation in fractional derivative Caputo. The theorem on the existence and uniqueness of a regular solution of a problem is proved by the method of separation of variables. Continuous dependence of the solution on the given data has been shown.

Таянч сўз ва иборалар: аралаш типдаги тенглама, нолокал чегара масаласи, ечимнинг мавжудлиги ва ўзига хослиги, касрли интегрални ажратиш оператори, Капутооператори.

Ключевые слова и выражения: уравнение смешанного типа, нелокальная краевая задача, существование и единственность решения, оператор дифференцирования дробного интеграла, оператор Капуто.

Keywords and expressions: mixed type equation; nonlocal boundary value problem; the existence and a uniqueness of a solution, differentiation operator of fractional integral; operator Caputo.

1. Постановка задачи

Пусть $\Omega = \{(x, t) : 0 < x < 1, -a < t < b\}$, $\Omega_1 = \Omega \cap (t > 0)$, $\Omega_2 = \Omega \cap (t < 0)$, где

a и b – положительные действительные числа. В этой области для уравнения смешанного типа вида

$$0 = \begin{cases} \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + {}_c D_{0,t}^\alpha u, & t > 0, \\ \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, & t < 0, \end{cases} \quad (1)$$

рассмотрим следующую нелокальную задачу.

Задача А. Требуется найти функцию $u(x, t)$, такую, что:

1) $u(x, t)$ принадлежит классу

$$\frac{\partial^k u}{\partial x^k} \in C(\bar{\Omega}_1), \frac{\partial^k u}{\partial x^k} \in C(\bar{\Omega}_2), {}_c D_{0,t}^\alpha u \in C(\Omega_1), u_{tt} \in C(\Omega_2), u_{xxxx} \in C(\Omega_1 \cup \Omega_2), k = \overline{0,2}; \quad (2)$$

2) функция $u(x,t)$ удовлетворяет уравнению (1) в области $\Omega_1 \cup \Omega_2$;

3) функция $u(x,t)$ удовлетворяет краевым условиям

$$u(0,t) = u(1,t) = u_{xx}(0,t) = u_{xx}(1,t) = 0, -a \leq t \leq b, \quad (3)$$

$$u_t(x,-a) = {}_c D_{0,t}^\alpha u(x,b) + \varphi(x), 0 \leq x \leq 1, \quad (4)$$

4) функция $u(x,t)$ удовлетворяет условиям склеивания

$$\lim_{t \rightarrow +0} u(x,t) = \lim_{t \rightarrow -0} u(x,t), \lim_{t \rightarrow +0} {}_c D_{0,t}^\alpha u(x,t) = \lim_{t \rightarrow -0} u_t(x,t). \quad (5)$$

Здесь $\alpha = \text{const} \in (0,1)$, $\varphi(x)$ -заданная достаточно гладкая функции, ${}_c D_{0,t}^\alpha$ -оператор интегро-дифференцирования дробного порядка в смысле Капуто, которая определяется следующим образом [1]:

$${}_c D_{0,t}^\alpha u(x,t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{-\alpha} \frac{\partial u(x,\tau)}{\partial \tau} d\tau, t > 0.$$

Отметим, что по построению различных моделей задач теоретической физики с применением дробного исчисления изложены в работах [2], а более подробный обзор, посвященный приложению дробного исчисления в прикладных задачах, приведен в работе [3].

Нелокальное условие типа (3) имеет место при моделировании задач обтекания профилей потоком дозвуковой скорости со сверхзвуковой зоной [4]. Исследование краевых задач для уравнения в частных производных высокого порядка обусловлено тем, что такие задачи возникают при моделировании явлений диффузии в физике твердых тел, при исследовании колебаний балок и пластин в механике [5].

Сначала при определенных условиях на a и b докажем единственность решения задачи N.

2. Существование, единственность и устойчивость решения задачи А.

Для решения задачи применим спектральный метод. Решения задачи А ищем в виде $u(x,t) = X(x) \cdot T(t)$. Подставляя это выражение в уравнение (1) и краевые условия (3), получим следующую спектральную задачу:

$$X^{IV}(x) - \lambda^4 X(x) = 0, X(0) = X(1) = X''(0) = X''(1) = 0.$$

Рассматриваемая задача самосопряженная, имеет полную в $L_2(0,1)$ систему собственных функций вида

$$X_n(x) = \sqrt{2} \sin \lambda_n x, \quad (6)$$

которая образует базис в $L_2(0,1)$. Здесь $\lambda_n = \pi n, n \in N$.

2.1. Единственность решения задачи А.

Пусть $u(x,t)$ решение задачи А. Рассмотрим следующие функции

$$u_n^+(t) = \sqrt{2} \int_0^1 u(x,t) \sin \lambda_n x dx, n = 1, 2, \dots, \quad (7)$$

$$u_n^-(t) = \sqrt{2} \int_0^1 u(x,t) \sin \lambda_n x dx, n = 1, 2, \dots. \quad (8)$$

Применяя оператор ${}_C D_{0t}^\alpha$ к обеим частям равенства (7) по t и дифференцируя (8) по t два раза, учитывая уравнение (1), получим следующие дифференциальные уравнения относительно функций $u_n^\pm(t)$:

$${}_C D_{0t}^\alpha u_n^+(t) + \lambda_n^4 u_n^+(t) = 0, t > 0, \quad (9)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} u_n^-(t) + \lambda_n^4 u_n^-(t) = 0, t < 0. \quad (10)$$

Общие решения уравнений (9) и (10) соответственно

$$u_n^\pm(t) = \begin{cases} A_n E_\alpha(-\lambda_n^4 t^\alpha), t > 0, \\ B_n \sin \lambda_n^2 t + L_n \cos \lambda_n^2 t, t < 0, \end{cases} \quad (11)$$

где $A_n, B_n, L_n, n = 1, 2, \dots$ - произвольные постоянные.

Из (7), (8), учитывая условия (4) и (5) получим, что функции $u_n^\pm(t)$ должны удовлетворять следующим условиям:

$$\lim_{t \rightarrow +0} u_n(t) = u_n(t), \lim_{t \rightarrow +0} {}_C D_{0t}^\alpha u_n(t) = \lim_{t \rightarrow -0} \frac{du_n(t)}{dt}, \quad (12)$$

$$\frac{du_n^-(-a)}{dt} = {}_C D_{0t}^\alpha u_n^+(b) + \varphi_n, \quad (13)$$

где

$$\varphi_n = \sqrt{2} \int_0^1 \varphi(x) \sin \lambda_n x dx, n = 1, 2, \dots$$

Далее, удовлетворяя функции (11) условиям (12)-(13) для нахождения постоянных A_n, B_n, L_n получим систему уравнений вида

$$\begin{cases} A_n = L_n, B_n = -\lambda_n^2 A_n, \\ L_n \lambda_n^2 \sin \lambda_n^2 a + B_n \lambda_n^2 \cos \lambda_n^2 a + \lambda_n^4 A_n E_\alpha(-\lambda_n^4 b^\alpha) = \varphi_n. \end{cases} \quad (14)$$

Данная система имеет единственное решение вида

$$L_n = A_n, B_n = -\lambda_n^2 A_n, A_n = \frac{\varphi_n}{\lambda_n^2 \Delta_n(a, b)}, \quad (15)$$

при условии, что при всех $n \in N$ имеет место

$$\Delta_n(a, b) = \sin \lambda_n^2 a - \lambda_n^2 \cos \lambda_n^2 a + \lambda_n^2 E_\alpha(-\lambda_n^4 b^\alpha) \neq 0. \quad (16)$$

Подставляя (15) в (11), окончательно получим

$$u_n^\pm(t) = \begin{cases} \frac{\varphi_n}{\lambda_n^2 \Delta_n(a, b)} E_\alpha(-\lambda_n^4 t^\alpha), t > 0, \\ \frac{\varphi_n}{\lambda_n^2 \Delta_n(a, b)} (\cos \lambda_n^2 t - \lambda_n^2 \sin \lambda_n^2 t), t \leq 0. \end{cases} \quad (17)$$

С помощью (17) легко доказать единственность решения задачи А. Действительно, пусть выполнено условие (16) и $\varphi(x) \equiv 0$. Тогда $\varphi_n = 0$, и из формул (7), (8) и (17) следует, что

$$\int_0^1 u(x, t) \sin \lambda_n x dx = 0, t \in [-a, b], n = 1, 2, \dots$$

Далее, учитывая полноту системы (6) в пространстве $L_2(0,1)$ заключаем, что $u(x,t) = 0$ почти всюду на $[0,1]$ при любом $t \in [-a,b]$. Поскольку $u(x,t) \in C(\bar{\Omega}_1), u(x,t) \in C(\bar{\Omega}_2)$, то $u(x,t) \equiv 0$ в $\bar{\Omega}$.

Таким образом, имеет место следующая теорема:

Теорема 1. Если существует решение задачи А, то оно единственно только и только тогда, когда выполнены условия (16) при всех $n \in N$.

Теперь рассмотрим случай, когда нарушается условие (16). Пусть $\Delta_m(a,b) = 0$ при некоторых $a, b \in (0,1]$ и $n = m$. Тогда однородная задача А (где $\varphi(x) \equiv 0$) имеет нетривиальное решение

$$V_m^\pm(x,t) = \sqrt{2}v_m^\pm(t)\sin\lambda_n x, \quad (18)$$

$$v_m^\pm(t) = \begin{cases} E_\alpha(-\lambda_n^4 t^\alpha), t > 0, \\ \cos\lambda_n^2 t - \lambda_n^2 \sin\lambda_n^2 t, t < 0. \end{cases}$$

Теперь, выражение $\Delta_n(a,b)$ представим в виде:

$$\Delta_n(a,b) = \sqrt{1 + \lambda_n^4} \sin(\lambda_n^2 a - \rho_n) + \lambda_n^2 E_\alpha(-\lambda_n^4 b^\alpha), \quad (19)$$

где $\rho_n = \arcsin(\lambda_n^2 / \sqrt{1 + \lambda_n^4})$ и $\rho_n \rightarrow \frac{\pi}{2}$ при $n \rightarrow +\infty$. Отсюда видно, что выражение $\Delta_n(a,b)$ обращается в нуль только в том случае, когда

$$a = \frac{1}{\lambda_n^2} \left[(-1)^k \arcsin \frac{\lambda_n^2 E_\alpha(-\lambda_n^4 b^\alpha)}{\sqrt{1 + \lambda_n^4}} + \pi k + \rho_n \right], n = 1, 2, \dots$$

Поскольку $\Delta_n(a,b)$ является знаменателем дроби, то при достаточно больших n выражение $\Delta_n(a,b)$ может стать достаточно малым, т. е. возникает проблема "малых знаменателей". Поэтому для обоснования существования решения данной задачи необходимо показать существование чисел a и b таких, что при достаточно больших n выражение $\Delta_n(a,b)$ отделено от нуля.

Лемма 2. Пусть b - любое положительное действительное число, a - иррациональное число, такое, что либо $a\pi \in N$, либо $\pi a = \frac{p}{q} \in \mathcal{Q} \setminus N$ где $p, q \in N, (p, q) = 1$. Тогда при больших n существует положительная постоянная B_0 такая, что справедлива оценка

$$|\Delta_n(a,b)| \geq B_0 n^2 > 0. \quad (20)$$

Отметим, что идея доказательства леммы 2 заимствована из работы [4].

2.2. Существование решения задачи А.

Переходим к доказательству существования решения задачи А. Из (18), (20) легко следует доказательство следующей леммы:

Лемма 3. Пусть выполнены условия (18) и (20). Тогда имеет место

1) если $t \in [0, b]$, то

$$|u_n^+(t)| \leq \frac{B_3}{n^4} |\varphi_n|, \quad |{}_C D_{0t}^\alpha u_n^+(t)| \leq B_4 |\varphi_n|,$$

2) если $t \in [-a, 0]$, тогда

$$|u_n^-(t)| \leq \frac{B_5}{n^2} |\varphi_n|, \quad \left| \frac{du_n^-(t)}{dt} \right| \leq B_6 |\varphi_n|, \quad \left| \frac{d^2 u_n^-(t)}{dt^2} \right| \leq B_7 n^2 |\varphi_n|,$$

МАТЕМАТИКА

где $B_k, k = \overline{1,7}$ - здесь и далее положительные постоянные.

Так как система (6) полна и образует базис в $L_2(0,1)$, то решение задачи А в Ω ищем в виде

$$u(x,t) = \begin{cases} \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} u_n^+(t) \sin \lambda_n x, & (x,t) \in \Omega_1, \\ \sqrt{2} \sum_{n=1}^{\infty} u_n^-(t) \sin \lambda_n x, & (x,t) \in \Omega_2, \end{cases} \quad (21)$$

где $u_n^{\pm}(t)$ - неизвестные функции.

Нетрудно видеть, что подставляя функцию (21) в (1) и удовлетворяя условиям (3)-(5) относительно искомых функций получим задачу (9), (10), (12)-(13) решение которой имеет вид (17).

Таким образом, решения задачи можно представить в виде (21), где $u_n^{\pm}(t)$ определяются по формулам (17). Теперь, остаётся доказать правомерность всех этих действий. Для этого, формально из (21), почленным дифференцированием составим ряды

$${}_c D_{0t}^{\alpha} u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} {}_c D_{0t}^{\alpha} u_n^+(t) X_n(x), t > 0, \quad (22)$$

$$\frac{\partial^k u(x,t)}{\partial x^k} = \sum_{n=1}^{\infty} u_n^+(t) \frac{d^k X_n(x)}{dx^k}, k = \overline{1,4}, t > 0, \quad (23)$$

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d^2 u_n^-(t)}{dt^2} X_n(x), t < 0, \quad (24)$$

$$\frac{\partial^k u(x,t)}{\partial x^k} = \sum_{n=1}^{\infty} u_n^-(t) \frac{d^k X_n(x)}{dx^k}, k = \overline{1,4}, t < 0. \quad (25)$$

Учитывая леммы 2,3 нетрудно видеть, что ряды (24), (25) и ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty} {}_c D_{0t}^{\alpha} u_n^+(t) X_n(x), \sum_{n=1}^{\infty} u_n^+(t) \frac{d^k X_n(x)}{dx^k}, k = \overline{0,4} t > 0, \quad (26)$$

которые получаются из (22) и (23) почленным, мажорируется рядом

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 |\varphi_n|, \quad (27)$$

и поэтому исследуем сходимость ряда (27). Учитывая соотношение

$$\varphi_n = \frac{1}{(\pi n)^3} \varphi_n^{(3)} = -\frac{\sqrt{2}}{(\pi n)^3} \int_0^1 \varphi'''(x) \cos \lambda_n x dx,$$

а также применяя неравенство Коши-Шварца и Бесселя имеем

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 |\varphi_n| \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} |\varphi_n^{(3)}| \leq \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \right)^{1/2} \cdot \left(\sum_{n=1}^{\infty} |\varphi_n^{(3)}|^2 \right)^{1/2} \leq C \|\varphi^{(3)}(x)\|_{L_2(0,1)},$$

где $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$. Тогда по теореме Вейерштрасса ряды (24)-(26) сходятся соответственно в областях $\overline{\Omega}_1$ и $\overline{\Omega}_2$ абсолютно и равномерно.

Отсюда и следует, что функция $u(x,t)$, определенная рядом (24), принадлежит классу (2), а также удовлетворяет условиям (3)-(5).

Пусть теперь $\Delta_n(a,b) = 0$ при некоторых a и $n = k_1, \dots, k_s, 1 \leq k_1 < k_2 < \dots < k_s, s \in N$. Тогда для разрешимости системы (14) необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия ортогональности

$$\varphi_n = \sqrt{2} \int_0^1 \varphi(x) \sin \lambda_n x dx = 0, n = k_1, \dots, k_s. \quad (28)$$

В этом случае решение задачи определяется в виде суммы рядов

$$u(x, t) = \sqrt{2} \left[\sum_{n=1}^{k_1-1} + \sum_{n=k_1+1}^{k_2-1} + \dots + \sum_{n=k_s+1}^{\infty} \right] u_n^{\pm}(t) \sin \lambda_n x + \sum_m C_m V_m^{\pm}(t), \quad (29)$$

где в последней сумме $m = k_1, \dots, k_s$, C_m - произвольные постоянные, функции $V_m^{\pm}(t)$, определяются из формулы (18).

Таким образом, имеет место:

Теорема 2. Пусть $\varphi(x) \in C^2[0,1], \varphi^{(3)}(x) \in L_2(0,1)$, $\varphi^{(2k)}(0) = \varphi^{(2k)}(1) = 0$, $k = \overline{0,1}$. Тогда задача А в области Ω однозначно разрешима только тогда, когда выполняются условия (16) и (20) и решение определяется рядом (21). Если $\Delta_n(a, b) = 0$ при некоторых a, b и $n = k_1, \dots, k_s$ и выполнено условие (20), то задача А разрешима только тогда, когда выполняются условия ортогональности (28). При этом решение определяется рядом (29).

Литература:

1. Cilbas A.A., Sirivastava H.M., Turijilo J.J. Theory and applications of fractional differential equations. North-Holland Mathematics studies, 204. Elsevier Science B. M., Amsterdam, 2006. xvi +523pp.
2. V.E.Tarasov. Fractional Dynamics: Applications of Fractional Calculus to Dynamics of Particles, Fields and Media. Publisher Springer-Verlag Berlin and Heidelberg GmbH & Co. KG, Publication City/Country Berlin, Germany. 2011,
3. Васильев В.В., Симак Л.А. Дробное исчисление и аппроксимационные методы в моделировании динамических систем. Научное издание. - Киев, НАН Украины, 2008. - 256 с. ISBN 978-966-02-4384-2
4. Юнусова Г.Р. Нелокальные задачи для уравнения смешанного парабола-гиперболического типа, Вестник СамГУ, Естественнонаучная серия. 2011. № 8(89).
5. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. М.: Машиностроение, 1985.
6. Sabitov K.B. Nonlocal Problem for a Parabolic-Hyperbolic Equation in a Rectangular Domain. Mathematical Notes, 2011, Vol. 89, No. 4, pp.
7. Джрбашян М.М. Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области. -М., 1966.
8. Gorenflo R., Kilbas A.A., Mainardi F., Rogosin S.V. Mittag-Leffler Functions, Related Topics and Applications. Springer Monographs in Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2014.

(Тақризчи: А.Ўринов – физика-математика фанлари доктори, профессор).