ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ФАРҒОНА ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

FarDU. ILMIY XABARLAR-

1995 йилдан нашр этилади
Йилда 6 марта чиқади

1-2021

НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК. ФерГУ

Издаётся с 1995 года
Выходит 6 раз в год

Муассис: Фарғона давлат университети.

«FarDU. ILMIY XABARLAR – НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК. ФерГУ» журнали бир йилда олти марта чоп этилади.

Журнал филология, кимё ҳамда тарих фанлари бўйича Ўзбекистон Республикаси Олий аттестация комиссиясининг докторлик диссертациялари асосий илмий натижаларини чоп этиш тавсия этилган илмий нашрлар рўйхатига киритилган.

Журналдан мақола кўчириб босилганда, манба кўрсатилиши шарт.

Ўзбекистон Республикаси Президенти Администрацияси ҳузуридаги Ахборот ва оммавий коммуникациялар агентлиги томонидан 2020 йил 2 сентябрда 1109 рақами билан рўйхатга олинган.

Муқова дизайни ва оргинал макет ФарДУ таҳририят-нашриёт бўлимида тайёрланди.

Таҳририят манзили:
150100, Фарғона шаҳри, Мураббийлар кўчаси, 19-уй.
Тел.: (0373) 244-44-57. Мобил тел.: (+99891) 670-74-60
Сайт: www.fdu.uz

Босишга рухсат этилди:
Қоғоз бичими: - 60×84 1/8
Босма табоғи:
Офсет босма: Офсет қоғози.
Адади: 100 нусха
Буюртма №
ФарДУ нусха кўпайтириш бўлимида чоп этилди.
Манзил: 150100, Фарғона ш., Мураббийлар кўчаси, 19-уй.

Фарғона,
2021.

М У Н Д А Р И Ж А

Аниқ ва табиий фанлар

МАТЕМАТИКА

А.Ўринов, Ш.Хайдарова
Олтинчи тартибли гиперболик типдаги дифференциал тенглама учун бошланғич масала 6
А.Ахлимирзаев, М.Ибрагимов, И.Акромова
Хосмас интеграллар ва уларни ўрганиш бўйича баъзи бир мулоҳазалар 14
Б.Кадиркулов, М.Жалилов
Капутооператори қатнашган тўртинчи тартибли аралаш типдаги тенглама учун бир нолокал масала ҳақида 19

ФИЗИКА, ТЕХНИКА

У.Тойиров, Д.Рохмонов, Р.Мурадов
Хомашё валигининг жин машинаси самарадорлигига таъсирини ўрганиш 25
М.Собиров, **Х.Сатторова, Р.Тошқўзиев**
Қутбланган ёруғликни стокс параметрлари орқали тасвирлаш 31

КИМЁ

И.Асқаров, М.Акбарова
Айрим синтетик кир ювиш воситаларининг кимёвий таркиби ва уларни синфлаш 36
Ш.Абдуллоев
Темир (III) асосидаги гетеробиметаллик оксо-карбоксилатларнинг электрон парамагнитик резонас спектрлари 40
И.Асқаров, Ш.Қирғизов, Ю.Бадалова
Шоколаднинг кимёвий таркиби ва физик-кимёвий кўрсаткичлари бўйича таҳлили 46
Р.Исматова, М.Амонова, М.Амонов
Пахта толаси асосидаги калава ипларни янги таркиб билан оҳорлашни физик-кимёвий асослаш 51
Д.Каримова, В.Хужаев, Г.Рахматуллаева
Косметик кремлар сифатини органолептик ва физик-кимёвий услублар ёрдамида аниқлаш 57
Ў.Ҳолмирзаев
9-синф ўқувчиларининг кимё фанидан экспериментал кўникмаларини шакллантиришни такомиллаштириш 62

Ижтимоий-гуманитар фанлар

ТАРИХ

Т.Эгамбердиева, Н.Самедова
Ўзбек ва турк халқларининг миллий урф-одат ва анаъаналаридаги уйғунликлар таҳлили.... 67
Р.Арслонзода, Д.Муйдинов
Ўзбекистон Республикасининг архив иши соҳасидаги халқаро алоқалари 71
А.Ерметов
Ўзбекистон ички ишлар органлари ходимларининг миллий таркиби хусусида (1925-1985 йиллар) 78
И.Ғуломов
Туркистон ўлкасида аҳолини рўйхатга олиш тадбирларига оид айрим мулоҳазалар (1897-1920 йиллар мисолида) 85
Р.Расулова
Ўзбек ва татар маърифатпарварларининг ҳамкорлик муносабатлари 90
Ш.Саидахматов
Урбанизация ижтимоий жараён сифатида: тарихшунослик таҳлили 95

УДК: 378

ХОСМАС ИНТЕГРАЛЛАР ВА УЛАРНИ ЎРГАНИШ БЎЙИЧА БАЪЗИ БИР МУЛОҲАЗАЛАР

НЕКОТОРЫЕ СООБРАЖЕНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ НЕСОБСТВЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ

SOME CONSIDERATIONS FOR THE STUDY OF IMPROPER INTEGRALS

Ахлимирзаев Ахмаджон[1], Ибрагимов Мухаммаджон Махмудович[2], Акромова Иқболхон Рўзибой қизи[3]

[1]Ахлимирзаев Ахмаджон – *Андижон давлат университети, математика кафедраси доценти.*

[2]Ибрагимов Мухаммаджон Махмудович – *Андижон давлат университети, математика кафедраси катта ўқитувчиси.*

[3]Акромова Иқболхон Рўзибой қизи – *Андижон давлат университети, математика йўналиши магистранти.*

Аннотация

Мақолада математик анализнинг муҳим мавзуларидан ҳисобланган хосмас интеграллар, уларнинг турлари ва ҳисоблаш усулларини ўрганиш бўйича баъзи бир мулоҳазалар ёритилган. Бундан ташқари мақолада ҳар бир турга доир мисоллар ечимлари билан келтирилган.

Аннотация

В данной статье рассматривается одна из важнейших тем математического анализа–несобственный интеграл. Внимание уделяется основным видам интеграла и способам их решения. Кроме того,примеры по каждому типу несобственного интегралав статье приведены с решениями..

Annotation

In this article, some considerations on the study of specific integrals, their types and methods of calculation from important topics of mathematical analysis are covered. In addition, the article provides examples of each type with solutions.

Таянч сўз ва иборалар: *аниқ интеграл, узлуксиз функция, чегараланган функция, узилишга эга бўлган функция, интеграл йиғинди, хосмас интеграл.*

Ключевые слова и выражения: *определенный интеграл, непрерывная функция, ограниченная функция, разрывная функция, интегральная сумма, несобственный интеграл.*

Keywords and expressions: *a definite integral, a continuous function, a limited function, a discontinuous function, an integral sum, an improper integral.*

Кўплаб амалий масалаларни ечиш интеграл тушунчасига олиб келар эди. Масалан, геометрияда эгри чизиқли трапеция юзасини топиш, физикада ўзгарувчан куч бажарган ишни ҳисоблаш, иқтисодиётда ишлаб чиқарилган маҳсулот ҳажмини аниқлаш каби масалалар ана шулар жумласидандир. Аниқ интеграл берилган $f(x)$ функция ва бирор чекли [*a*, *b*] кесма бўйича тузиладиган интеграл йиғиндининг лимити каби аниқланар эди. Аниқ интеграл таърифида интеграллаш соҳаси чекли кесма ва интеграл остидаги функция чегараланган, деб қаралар эди. Аммо бир қатор амалий масалаларни ечишда бу шартлардан камида биттаси бажарилмайдиган ҳолатлар пайдо бўлиб қолиши мумкин. Мисол сифатида чексиз геометрик шаклларнинг юзасини топиш масаласи, $xy=k$ тенглама билан аниқланган гиперболанинг Ox ўқи атрофида айлантиришдан ҳосил қилинган жисмнинг $x \geq k$ тенгсизлик билан аниқланган қисми қандай ҳажмга ва ён сиртга эга эканлигини аниқлаш масаласи ҳамда массаси маълум бўлган магнит полюсига токнинг чексиз тўғри чизиқли кесмаси томонидан таъсир этиш кучини аниқлаш каби масалаларни келтириш мумкин. Бундай масалалар хосмас интеграл тушунчасига олиб келади. Агар интеграллаш чегараси чексиз ёки интеграллаш чегараси чекли, лекин берилган кесмада интеграл остидаги функция узилишга эга бўлса, у ҳолда бундай интеграл хосмас интеграл, деб аталади. Улар маълум бир аниқ интеграл қийматларининг у ёки бу ҳолдаги лимити каби аниқланади. Бу лимит мавжуд ва чекли бўлса, хосмас интеграл яқинлашувчи, акс ҳолда эса узоқлашувчи бўлади.

Юқорида биз кўплаб амалий масалаларни ечиш хосмас интегралга олиб келишини таъкидладик. Шунинг учун ҳам талабалар, энг аввало, хосмас интеграл, унинг турлари ва уларни ҳисоблаш усулларини мукаммал эгаллашлари керак бўлади.

Хосмас интегралларни қуйидаги турларга бўлиб ўрганиш мақсадга мувофиқ, деб ўйлаймиз:

1^0. Юқори чегараси чексиз бўлган хосмас интеграллар.

2^0. Қуйи чегараси чексиз бўлган хосмас интеграллар.

3^0. Ҳар иккала чегараси чексиз бўлган хосмас интеграллар.

4^0. Интеграл остидаги функция интеграллаш чегараларидан бирида узилишга эга бўлган интеграллар.

5^0. Интеграл остидаги функция интеграллаш чегаралари орасидаги нуқтада узилишга эга бўлган хосмас интеграллар.

Қуйида буларнинг ҳар бирига алоҳида-алоҳида тўхталамиз.

1^0. $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ (1) интегрални ҳисоблаш керак бўлсин. Бу ерда $f(x)$ функция $[a,+\infty)$ да узлуксиз. Берилган интегрални ҳисоблаш қуйидаги тенгликка асосланади:

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx = \lim_{b\to+\infty} \int_a^b f(x)dx \qquad (2)$$

Агар бу тенгликнинг ўнг томонидаги лимит мавжуд ва чекли бўлса, у ҳолда (1) хосмас интеграл яқинлашувчи дейилади ва у $[a,+\infty)$ оралиқда интегралланувчи дейилади.

Геометрик нуқтаи назардан (1) хосмас интеграл $y = f(x)\ [f(x) \geq 0],\ x = a\ va\ y = 0$ чизиқлар билан чегараланган чексиз шаклнинг юзасини билдиради.

1-мисол. $\int_0^{+\infty} e^{-x}dx$ интеграл ҳисоблансин.

Ечиш: (2) тенгликдан фойдаланамиз.

$$\int_0^{+\infty} e^{-x}dx = \lim_{b\to+\infty}\int_0^b e^{-x}dx = \lim_{b\to+\infty}(-e^{-x})\Big|_0^b =$$
$$= \lim_{b\to+\infty}(-e^{-b}+e^0) = \lim_{b\to+\infty}\frac{1}{e^b}+1 = 1$$

2^0. $\int_{-\infty}^a f(x)dx$ (3) интегрални ҳисоблаш керак бўлсин. Бу ерда ҳам $f(x)$ функция $(-\infty;a]$ да узлуксиз. Бу интегрални ҳисоблаш қуйидагига асосланади:

$$\int_{-\infty}^a f(x)dx = \lim_{b\to-\infty}\int_b^a f(x)dx \qquad (4)$$

Агар бу тенгликнинг ўнг томонидаги лимит мавжуд ва чекли бўлса, у ҳолда (3) интеграл яқинлашувчи дейилади ва у $(-\infty;a]$ да интегралланувчи дейилади.

2-мисол. $\int_{-\infty}^1 \frac{dx}{1+x^2}$ интеграл ҳисоблансин.

Ечиш:

$$\int_{-\infty}^1 \frac{dx}{1+x^2} = \lim_{b\to-\infty}\int_b^1 \frac{dx}{1+x^2} = \lim_{b\to-\infty} arctgx\Big|_b^1 =$$
$$= \lim_{b\to-\infty}[arctg1 - arctg(-b)] = \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{4}$$

3^0. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$ (5) интегрални ҳисоблаш талаб қилинган бўлсин. Бу ерда $f(x)$ функция $(-\infty;+\infty)$ да узлуксиз бўлган функция. Бу интегрални қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^a f(x)dx + \int_a^{+\infty} f(x)dx \qquad (6)$$

Бу тенгликнинг ўнг томони 1- ва 2- типдаги интеграллардир. Уларни ҳисоблаш усули бизга маълум.

3-мисол. $\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{x^2+2x+2}$ интеграл ҳисоблансин.

Ечиш:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{x^2+2x+2} = \int_{-\infty}^0 \frac{dx}{(x+1)^2+1} + \int_0^{+\infty}\frac{dx}{(x+1)^2+1} =$$

$$= \lim_{a\to-\infty}\int_a^0 \frac{dx}{(x+1)^2+1} + \lim_{b\to+\infty}\int_0^b \frac{dx}{(x+1)^2+1} =$$

$$= \lim_{a\to-\infty} arctg(x+1)\Big|_a^0 + \lim_{b\to+\infty} arctg(x+1)\Big|_0^b =$$

$$= \lim_{a\to-\infty}[arctg\,1 - arctg(a+1)] + \lim_{b\to+\infty}[arctg(b+1) - arctg\,\mathbf{1}] = \frac{\pi}{4} -$$

$$- \lim_{a\to-\infty}[arctg(a+1)] + \lim_{b\to+\infty}\left[arctg(b+1) - \frac{\pi}{4}\right] = \frac{\pi}{4} - arctg(-\infty+1) +$$

$$+ arctg(+\infty+1) - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \pi$$

Агар юқоридаги интегралларда $f(x)$ функция учун бошланғич функцияни топиш қийин бўлса ёки уни чекли кўринишда ҳисоблаб бўлмаса, у ҳолда таққослаш аломатлари деб аталувчи қуйидаги теоремалардан фойдаланиш мумкин:

1-теорема. Агар $[a;+\infty)$ оралиқда $0 \le f(x) \le g(x)$ ва $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ хосмас интеграл яқинлашувчи бўлса, у ҳолда $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ хосмас интеграл ҳам яқинлашувчи ва қуйидаги тасдиқ ўринли бўлади:

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx \le \int_a^{+\infty} g(x)dx \qquad (7)$$

4-мисол: $\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x^3(x+1)}$ интеграл текширилсин.

Ечиш: Интеграл остидаги $f(x)$ функция қуйидаги шартни қаноатлантиради:

$$0 < f(x) = \frac{1}{x^3(x+1)} \le \frac{1}{2x^3} = g(x), \quad x \ge 1$$

$$\int_1^{+\infty} g(x)dx = \int_1^{+\infty}\frac{dx}{2x^3} = \lim_{b\to+\infty}\int_1^b \frac{dx}{2x^3} = \lim_{b\to+\infty}\left(-\frac{1}{4x^2}\right)\Big|_1^b =$$

$$= \lim_{b\to+\infty}\left(-\frac{1}{4b^2}+\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

Демак, юқоридаги теоремага асосан берилган хосмас интеграл яқинлашувчи ва унинг қиймати $\frac{1}{4}$ дан катта бўлмайди.

2-теорема. $[a;+\infty)$ оралиқда $0 \le f(x) \le g(x)$ ва $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ хосмас интеграл узоқлашувчи бўлса, у ҳолда $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ хосмас интеграл ҳам узоқлашувчи бўлади.

5-мисол. $\int_1^{+\infty}\frac{x+4}{\sqrt{x^3}}dx$ интеграл текширилсин.

Ечиш: $x \ge 1$ бўлганда интеграл остидаги функция қуйидаги шартни қаноатлантиради:

$$f(x) = \frac{x+4}{\sqrt{x^3}} > \frac{x}{\sqrt{x^3}} = \frac{1}{\sqrt{x}} = g(x)$$

$$\int_1^{+\infty} g(x)dx = \int_1^{+\infty}\frac{dx}{\sqrt{x}} = \lim_{b\to+\infty}\int_1^b \frac{dx}{\sqrt{x}} = \lim_{b\to+\infty} 2\sqrt{x}\Big|_1^b = \lim_{b\to+\infty}(2\sqrt{b}-2) = +\infty$$

Демак, 2-теоремага асосан берилган интеграл узоқлашувчи.

3-теорема. Агар $x \ge a$ бўлганда $|f(x)| \le g(x)$ ва $\int_a^{+\infty} g(x)dx$ хосмас интеграл яқинлашувчи бўлса, у ҳолда $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ хосмас интеграл ҳам яқинлашувчи ва қуйидаги тенгсизлик ўринли бўлади:

$$\int_a^{+\infty} f(x)dx \le \int_a^{+\infty}|f(x)|\,dx \le \int_a^{+\infty} g(x)dx \qquad (8)$$

6-мисол: $\int_a^{+\infty}\frac{coskx}{x^{\alpha}}dx$ $\quad (\alpha > 1,\ a > 0)$ хосмас интеграл текширилсин.

Ечиш: $\left|\frac{coskx}{x^{\alpha}}\right| \le \frac{1}{x^{\alpha}} = g(x),\quad \int_a^{+\infty}\frac{coskx}{x^{\alpha}}dx \le \int_a^{+\infty}\frac{dx}{x^{\alpha}} = \lim_{b\to+\infty}\int_a^b \frac{dx}{x^{\alpha}} =$

$$= \lim_{b\to+\infty}\int_a^b x^{-\alpha}dx = \lim_{b\to+\infty}\frac{x^{-\alpha+1}}{1-\alpha}\Bigg|_a^b = \lim_{b\to+\infty}\left(\frac{b^{1-\alpha}}{1-\alpha}-\frac{a^{1-\alpha}}{1-\alpha}\right) = \frac{a^{1-\alpha}}{\alpha-1}$$

Демак, ихтиёрий *k* ҳақиқий сон учун берилган хосмас интеграл яқинлашувчи экан.

7-мисол. $\int_0^{+\infty} e^{-x^2}dx$ хосмас интеграл текширилсин.

Ечиш: Бу интеграл эҳтимоллар назариясида муҳим ўрин тутади. Шунинг учун эҳтимоллик интеграли дейилади. Аммо берилган интеграл элементар функциялар билан ифодаланмайди. Шунинг учун бу ерда таққослаш аломатидан фойдаланамиз. Бунинг учун x^2-2x+1 ифодани қараймиз. $x^2-2x+1>0$ бўлгани учун $-2x+1\geq -x^2$ ёки $-x^2\leq -2x+1$. Бундан эса $e^{-x^2}\leq e^{-2x+1}=e^{-2x}\cdot e$. Демак, $e^{-x^2}\leq e^{-2x}\cdot e$.

$\int_0^{+\infty} e^{-2x}dx$ интегрални яқинлашувчи эканлигини кўрсатиш қийин эмас. Демак, таққослаш аломатига асосан $\int_0^{+\infty} e^{-2x}\cdot e\,dx$ ҳам яқинлашувчи. Аммо $e^{-x^2}\leq e^{-2x}\cdot e$ бўлгани учун таққослаш аломатига асосан берилган интеграл ҳам яқинлашувчи бўлади.

4^0. Энди чегараланмаган функциялар учун аниқ интеграл тушунчасини умумлаштирамиз. Берилган $y=f(x)$ функция (*a; b*] ярим оралиқда чегараланмаган, аммо ихтиёрий $\varepsilon\in(0;b-a]$ учун бу функция $[a+\varepsilon;b]$ кесмада чегараланган ва интегралланувчи бўлсин. Бу ҳолда

$$F(\varepsilon)=\int_{a+\varepsilon}^b f(x)dx,\quad \varepsilon\in(0;b-a]$$

функцияни қараш мумкин.

Берилган $f(x)$ функциянинг [*a; b*] кесма бўйича хосмас интеграли қуйидагича аниқланади:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon\to0+0}F(\varepsilon) = \lim_{\varepsilon\to0+0}\int_{a+\varepsilon}^b f(x)dx \qquad (9)$$

Агар (9) нинг ўнг томонидаги лимит мавжуд ва чекли бўлса, у ҳолда берилган хосмас интеграл яқинлашувчи бўлади, акс ҳолда узоқлашувчи бўлади.

8-мисол. $\int_0^b \frac{dx}{x^\alpha}$ $\quad(0<b<+\infty,\quad \alpha>0)$ хосмас интеграл текширилсин.

Ечиш: Бу ерда уч ҳол бўлиши мумкин.

1-ҳол. $0<\alpha<1$ бўлсин.

$$\int_0^b\frac{dx}{x^\alpha}=\lim_{\varepsilon\to0+0}\int_\varepsilon^b\frac{dx}{x^\alpha}=\lim_{\varepsilon\to0+0}\frac{x^{1-\alpha}}{\alpha-1}\Bigg|_\varepsilon^b=\frac{1}{\alpha-1}\lim_{\varepsilon\to0+0}(b^{1-\alpha}-\varepsilon^{1-\alpha})=\frac{b^{1-\alpha}}{\alpha-1}$$

Демак, бу ҳолда берилган хосмас интеграл яқинлашувчи ва унинг қиймати $\frac{b^{1-\alpha}}{\alpha-1}$ га тенг.

2-ҳол. $\alpha=1$ бўлсин. Бу ҳолда

$$\int_0^b\frac{dx}{x^\alpha}=\lim_{\varepsilon\to0+0}\int_\varepsilon^b\frac{dx}{x}=\lim_{\varepsilon\to0+0}lnx\Bigg|_\varepsilon^b=\lim_{\varepsilon\to0+0}(lnb-ln\varepsilon)=+\infty$$

Демак, бу ҳолда хосмас интеграл узоқлашувчи.

3-ҳол. $\alpha>1$ бўлсин. Бу ҳолда

$$\int_0^b\frac{dx}{x^\alpha}=\lim_{\varepsilon\to0+0}\int_\varepsilon^b\frac{dx}{x^\alpha}=\lim_{\varepsilon\to0}\frac{x^{1-\alpha}}{\alpha-1}\Bigg|_\varepsilon^b=\frac{1}{\alpha-1}\lim_{\varepsilon\to0+0}(b^{1-\alpha}-\varepsilon^{1-\alpha})=-\infty$$

Демак, бу ҳолда ҳам берилган хосмас интеграл узоқлашувчи экан.

Агар $y=f(x)$ функция [*a; b*) ярим оралиқда чегараланмаган, аммо ихтиёрий $\varepsilon\in(0;\ b-a]$ учун бу функция $[a;\ b-\varepsilon]$ кесмада чегараланган ва интегралланувчи бўлса, у ҳолда қуйидаги тенглик ўринли бўлади:

$$\int_a^b f(x)dx=\lim_{\varepsilon\to0+0}\int_a^{b-\varepsilon}f(x)dx \qquad (10)$$

Бу ерда ҳам (10) тенгликнинг ўнг томонидаги лимит мавжуд ва чекли бўлса, берилган хосмас интеграл яқинлашувчи, акс ҳолда узоқлашувчи бўлади.

9-мисол. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}}$ интеграл ҳисоблансин.

Ечиш:

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x}} = \lim_{\varepsilon\to 0+0} \int_0^{1-\varepsilon} \frac{dx}{\sqrt{1-x}} = -2 \lim_{\varepsilon\to 0+0} \sqrt{1-x}\,\Big|_0^{1-\varepsilon} = \quad = -2 \lim_{\varepsilon\to 0+0} \left(\sqrt{\varepsilon}-1\right) = 2$$

Демак, берилган хосмас интеграл яқинлашувчи.

10-мисол.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\cos^2 x} = \lim_{\varepsilon\to 0+0} \int_0^{\frac{\pi}{2}-\varepsilon} \frac{dx}{\cos^2 x} = \lim_{\varepsilon\to 0+0} tgx\,\Big|_0^{\frac{\pi}{2}-\varepsilon} = \quad = \lim_{\varepsilon\to 0+0} tg\left(\frac{\pi}{2}-\varepsilon\right) = +\infty$$

Демак, берилган хосмас интеграл узоқлашувчи экан.

5^0. Агар $y = f(x)$ функция [*a; b*] кесманинг бирор ички *x*=*c* нуқтасида чегараланмаган бўлса, у ҳолда хосмас интеграл

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx \qquad (11)$$

тенглик орқали киритилади. Бу тенгликнинг ўнг томонидаги хосмас интегралларни ҳисоблаш усуллари маълум.

11-мисол. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^4}$ интеграл текширилсин.

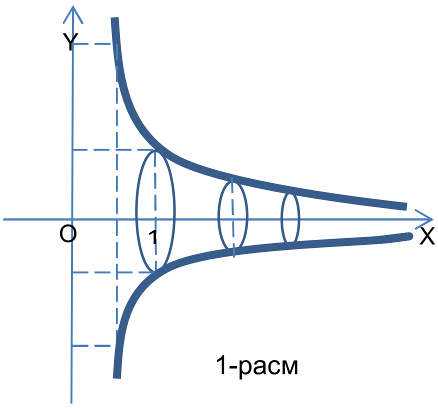
Ечиш: Интеграл остидаги функция *c*=0 нуқтада узилишга эга ва чегараланмаган. Шунинг учун (11) тенгликка асосан қуйидагига эга бўламиз:

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^4} = \int_{-1}^0 \frac{dx}{x^4} + \int_0^1 \frac{dx}{x^4}$$

Бу тенгликнинг ўнг томонидаги интегралларни ҳисоблаш усуллари бизга маълум.

Хосмас интеграллар, уларнинг турлари ва ечим усуллари талабалар томонидан мукаммал ўрганилгандан сўнг улар билан қуйидаги масалаларга ўхшаш масалаларни ечиш мумкин.

12-мисол. *xy*=1 гиперболани *OX* ўқи атрофида айлантиришдан ҳосил қилинган жисмнинг $x \geq 1$ тенгсизлик билан аниқланган қисмининг ҳажми топилсин.



1-расм

Ечиш: Берилганларга асосан шаклни ясаймиз (1-расм). $xy = 1$ ва $y = \frac{1}{x}$ бўлгани учун изланаётган ҳажм учун қуйидаги интегралга эга бўламиз:

$$V = \pi \int_a^b y^2 dx = \pi \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2} = \pi \lim_{b\to+\infty} \int_1^b \frac{dx}{x^2} = \pi \lim_{b\to+\infty} \left(-\frac{1}{x}\right)\Big|_1^b =$$

$$= \pi \lim_{b\to+\infty} \left(-\frac{1}{b}+1\right) = -\pi \lim_{b\to+\infty} \frac{1}{b} + \pi = -\pi\cdot 0 + \pi = \pi$$

Хосмас интегралларни ўрганишни юқоридагидек ташкил қилиш талабалар ўзлаштиришининг самарали бўлишини таъминлайди.

Адабиётлар:

1. Фихтенгольц Г.М. Дифференциал ва интеграл ҳисоб курси. –Т.: Ўқув пед. дав. нашр, 1958.
2. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу. – М.: Высшая школа, 1964.
3. Расулов Н.П., Сафаров И.И., Мухитдинов Р.Т. Олий математика. –Т., 2012.

(Тақризчи: А.Ўринов – физика-математика фанлари доктори, профессор).