



UO'K: 37;5;51(048)

**STEREOMETRIYANI O'QITISHDA TASVIRLI MASALALARDAN FOYDALANISH
IMKONIYATLAR****ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИЛЛЮСТРАТИВНЫХ ЗАДАЧ В ОБУЧЕНИИ
СТЕРЕОМЕТРИИ****OPPORTUNITIES FOR USING ILLUSTRATIVE PROBLEMS IN TEACHING
STEREOMETRY****Bakirov To'liqinjon Yunusaliyevich** 

Farg'ona davlat universiteti, p.f.b.f.d. (PhD), dotsent

Annotatsiya

Maqolada stereometriyani o'qitishda tasvirli masalalardan foydalanish imkoniyatlari keltirilgan. Shuningdek, unda tasvirli masalalarni tasniflash, tuzish va yechish metodikasini takomillashtirish, tasvirli masalalar vositasida geometriya, algebra va matematik analizlarni o'qitishni takomillashtirish bo'yicha metodik tavsiyalar, takliflar ishlab chiqilgan. Matematika darslarida tasvirli masalalarni tasniflash orqali o'quvchilarning mantiqiy mushohada yuritish (analiz, sintez, analogiya, umumlashtirish, deduktsiya, induktsiya) ko'nikmalari va amaliy bilimlarni shakllantirishning didaktik imkoniyatlari ochib berilgan.

Аннотация

В статье представлены возможности использования зрительных задач при обучении стереометрии. Разработаны методические рекомендации и предложения по совершенствованию методики классификации, построения и решения наглядных задач, а также по совершенствованию преподавания геометрии, алгебры и математического анализа посредством наглядных задач. Классификация наглядных задач на уроках математики открывает дидактические возможности для развития у учащихся навыков логического мышления (анализ, синтез, аналогия, обобщение, дедукция, индукция) и практических знаний.

Abstract

The article presents the possibilities of using visual problems in teaching stereometry. It also develops methodological recommendations and proposals for improving the methodology for classifying, constructing and solving visual problems, and improving the teaching of geometry, algebra and mathematical analysis using visual problems. By classifying visual problems in mathematics lessons, didactic opportunities for developing students' logical reasoning skills (analysis, synthesis, analogy, generalization, deduction, induction) and practical knowledge are revealed.

Kalit so'zlar: tasvirli masala, stereometriya, sodda tasvirli masalalar, tasvirda shakl etarli bo'lgan masalalar.

Ключевые слова: задача с изображением, стереометрия, простые задачи с изображением, задачи, в которых форма достаточно определена на изображении.

Key words: image problem, stereometry, simple image problems, problems where the shape is sufficient in the image.

KIRISH

Stereometriya – geometriyaning bir bo'limi bo'lib, unda fazodagi figuralar o'rganiladi. Stereometriyada, planimetriyadagi kabi, geometrik figuralarning xossalari tegishli teoremlarni isbotlash yo'li bilan aniqlanadi. Bunda aksiomalar bilan ifodalanuvchi asosiy geometrik figuralarning xossalari asos bo'lib xizmat qiladi. Fazoda asosiy figuralar nuqta, to'g'ri chiziq va tekislikdir. Geometriya fanining stereometriya qismida ham tasvirli masalalardan unumli foydalanish mumkin. Ammo stereometriyaga oid tushuncha va tasdiqlarni shakl sifatida ifodalashda yana planimetriyadagi kabi murakkabliklarga duch kelinadi. Bunga asosiy sabab stereometriyada fazoviy shakllar o'rganiladi, lekin ular tekislikda tasvirlanib, planimetrik shakllar yordamida chiziladi. Bu esa o'quvchilar uchun ancha murakkab bo'lib, fazoda oson ko'ringan shaklni tekislikda chizish muammosi paydo bo'ladi. Murakkablikdan xalos bo'lish uchun o'qituvchi o'ng, chap, oldi, orqasi, yuqori va pastki qismi degan tushunchalardan foydalanishga to'g'ri keladi. Ammo bu tushunchalar geometriya fanida o'zining ilmiy turdoshini topish qiyin.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODOLOGIYA

O'quvchilarning ijodiy fikrlashini faollashtirish va geometrik figuralarga asoslanib masalalarni yechishni tizimlashtirish bilan bog'liq. Bular D.Poya [1], M.R.Raemov [2], A.I. Orexova [4] tadqiqotlarida aks ettirilgan. Chizma tadqiqot ob'ekti sifatida qaralgan. Bu psixologik tadqiqot bo'lib, unda chizmani tushunish, o'qish va anglash orqali masalalarni yechish jarayoniga e'tibor berilgan. Bular yuzasidan A.V. Pogorelov [3], M.A. Mirzaahmedov [5], tadqiqot olib borishgan. Bu tadqiqotlarda chizmalarni yasash, tushunish, o'qish va shakl almashtirish masalalari o'rgatilgan. D.I Yunusova[6], T.I.Kushnir[7] ishlarida matematika fanlarida qaraladigan umumiy tushunchalar borligi, ularning umumiy xossalari hamda shu fanga xos xususiyatlarga ega ekanligini ta'kidlangan, fanlararo aloqalarni o'rnatish sxemasi keltirilgan, fanlararo aloqadorlikni amalga oshirish bo'yicha umumiy ko'rsatmalar berilgan hamda fanlararo aloqadorlikni bilishi muhimligini ta'kidlab o'tilgan. Masala yechish jarayonida chizmadan foydalanish «Chizmani to'liq anglay olish va berilgan masalani yechishga zarur bo'lgan elementlar orasidagi munosabatlarni aniqlash» (D.Poya), «Chizmadagi shaklni xayolan almashtirish» (G.A.Vladimirskiy)ni nazarda tutadi. Ammo ilmiy va uslubiy manbada «tasvirli masalalar» tasnifi, tasniflangan har bir ko'rinishni tuzish va yechish usullari uchun tavsiyalar kam berilgan.

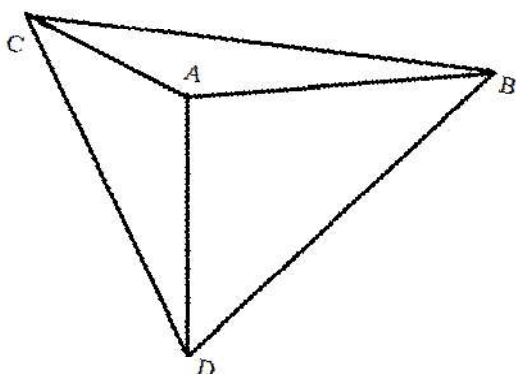
NATIJA VA MUHOKAMA

Bizningcha bu tabiiy tushunchalarni shakl, ya'ni tasvir orqali ifodalab bu tasvirlarni o'quvchi fazoviy tasavvurida shakllanishiga erishish juda muhimdir. Stereometriyaga oid tasvirli masalalarni ham planimetriya kursidagi kabi berilish usullariga qarab tasniflanadi va o'qitish jarayonida samarali foydalanish haqida tavsiyalar beramiz.

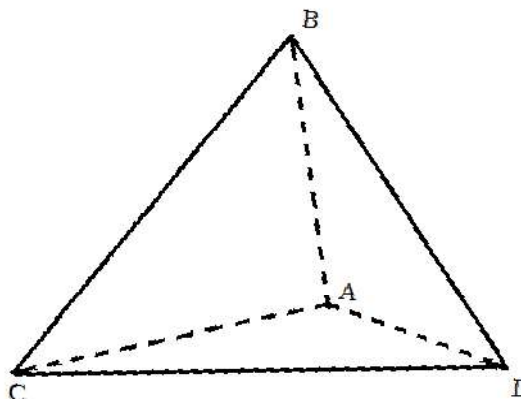
1. Sodda tasvirli masalalar. O'quvchilarni fazoviy tasavvurlarini kengaytirish va tushunchalar ta'riflari, belgilari va xossalarni o'rganishda, teoremlarning sodda tatbiqlarini o'rganishda sodda tasvirli masalalarning o'rni katta. Sodda tasvirli masala yordamida o'quvchilar ongida o'rganilayotgan tushunchaning har bir elementlari haqida tasavvurni shakllantirish mumkin. Bu esa o'rganilayotgan yangi bilimlarni puxta o'zlashtirish imkonini beradi. Bunday tasvirli masalalardan stereometriyaning har bir mavzusida foydalanish maqsadga muvofiq deb hisoblaymiz. Har bir yangi tushunchani bayon qilishda, yangi teorema, xossalarning amaliy tatbiqlarini, o'quvchilarning o'zlashtirayotgan bilimlarni puxta va chuqur egallashlari va ularni kundalik turmush faoliyatdagi analoglarini ko'rsatishda sodda tasvirli masalalardan foydalanish muhim ahamiyatga ega.

Masalan, ko'pyoq tushunchasi ta'rifi berilgandan so'ng, o'quvchilarning ko'pyoq haqida to'liq tasavvurlarga ega bo'lishlari uchun quyidagi tasvirli masaladan foydalanilsa maqsadga muvofiq bo'ladi.

1-masala. Chizmada A uchidagi barcha tekis burchaklari to'g'ri burchakli (1-rasmga qarang) va AC qirra 6 sm , AB qirra 8 sm , AD qirra 5 sm bo'lgan piramida hajmini toping.



1-rasm.



2-rasm.

Masalani yechish uchun burish yordamida ACD uchburchakni asos qilib olamiz. U holda, berilgan chizma 2-rasm ko'rinishini oladi. Masala shartiga ko'ra, ACD to'g'ri burchakli uchburchak va AB qirra balandlik bo'ladi.

Demak,

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{as} \cdot H = \frac{1}{3} \cdot S_{ACD} \cdot AB = \frac{1}{3} \cdot \frac{AD \cdot AC}{2} \cdot H = 40 \text{ sm}^2 \text{ ga teng.}$$

Ko'pyoqlar mavzusini o'qitish haqida aytilgan yuqoridagi mulohazalarimizdan stereometriyaning qolgan barcha bo'limlarini o'qitish jarayonida ham samarali foydalanilsa bo'ladi. Sodda tasvirli masalalardan mavzuni bayon etishda, tushuncha ta'rifi, teoremani, xossani o'quvchilar ongida shakllantirishda, ularning bilim, ko'nikma, malakalarini shakllantirishda va kompetentsiyalarini rivojlantirishda foydalanish ijobiy samara beradi.

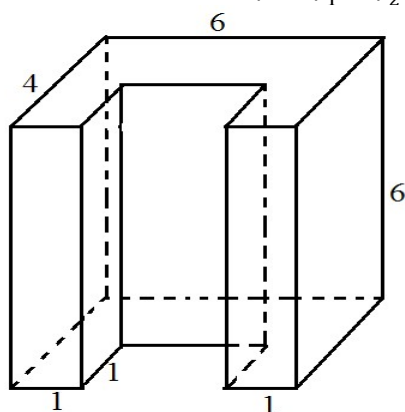
2. Tasvirda shakl yetarli bo'lgan masalalar. Berilgan tasvir masala yechish uchun etarli, o'quvchidan o'rganilgan bilimlari asosida berilgan masala echimini topish talab qilinadi. Odatda matematika darsliklaridagi masalalar muayyan bobda beriladi va bu bilan ularni yechish usullari ham shu bobda ko'rilgan usullarga bog'langan holda beriladi, ya'ni muayyan bo'limining masalalari qanday yechilishi haqida ko'rsatma beriladi. Ushbu tasvirli masalalar yordamida oldindan o'rganilgan bilimlar bilan yangi o'rganilayotgan bilimlar orasidagi uzviylik ta'minlanadi. Ushbu tasvirli masalalar qo'yilgan oddiy muammolarini hal qilish uchun matematikaning turli sohalarini, bo'limlari va mavzulari orasida bog'lanishlarni aniqlashni o'z ichiga oladi. Bu vazifalarni sodda tasvirli masalalarga qo'llab bo'lmaydi, lekin ularda ko'rilayotgan vaziyat chuqurroq matematik bilimlarni talab qiladi. Ushbu tasvirli masalalarda o'quvchilar masala shartiga ko'ra berilgan ma'lumotlarni taqdim etish va bu vazifaga muvofiq muammoni qo'yish ko'nikmalariga ega bo'lishlari kerak bo'ladi. Bu esa o'rganayotgan tushuncha haqida ko'nikma va malakalarni shakllantirishga yordam beradi. Sodda tasvirli masalalardan farqli tomoni bunda masalani yechish uchun bir nechta tushuncha, teorema va xossalarning mujassamligi mavjud. Ushbu tipdagi tasvirli masalalarni yechish namunalari keltiramiz.

2-masala. Chizmada tasvirlangan ko'pyoq hajmini va sirtini toping. Bunda barcha ikki yoqli burchaklar to'g'ri burchakli (3-rasmga qarang).

Masalaning tahlili. O'quvchilar bunday ko'rinishidagi shakllarga kundalik hayotida juda ko'p marta duch kelishlari mumkin. Uning o'lchamlarini esa o'quvchi chizg'ich yordamida aniqlaydi. Bu masalani yechish uchun berilgan masala tahlil qilinib bir nechta avval o'rganilgan fazoviy jismlarga ajratamiz va talab qilingan geometrik miqdorlarni topamiz.

Masalaning yechilishi: Berilgan shaklning hajmini topish uchun (4x6x6) o'lchamli prizma hajmidan (1x4x6) o'lchamli prizma hajmini ayirish kifoya. Demak, berilgan shaklning hajmi

$$V = V_1 - V_2 = 4 \cdot 6 \cdot 6 - 1 \cdot 4 \cdot 6 = 120 \text{ br}^3 \text{ ga teng.}$$



3-rasm.



4-rasm.

Berilgan shaklning sirtini topish uchun berilgan shakl bo'laklari yuzalarini topib, ularning yig'indisini olamiz. Dastlab asosining yuzini aniqlaymiz. Tasvirdan ko'rinib turibdiki, asos yuzi (6x4) o'lchamli to'g'ri to'rtburchak yuzidan (1x4) o'lchamli to'g'ri to'rtburchak yuzi ayiriladi, ya'ni

$$S_{ac} = 6 \cdot 4 - 1 \cdot 4 = 20 \text{ br}^2.$$

Shaklning biz tomondagi qismining yuzi

$$S_1 = 6 \cdot 6 + 2 \cdot 1 \cdot 6 = 48 \text{ br}^2 \text{ ga teng.}$$

Yon sirtning qolgan qismi odatdagi ko'rinishida

$$S_2 = 6 \cdot 6 + 2 \cdot 4 \cdot 6 = 84 \text{ br}^2 \text{ topiladi.}$$

Demak, berilgan shaklning sirti

$$S_{\text{тўла}} = 2 \cdot S_{as} + S_1 + S_2 = 172 \text{ br}^2 \text{ ga teng.}$$

3-masala. Futbol to'pining sirti qirradi 5 sm ga teng bo'lgan 12 ta muntazam beshburchak va 20 ta muntazam oltiburchakdan iborat (4-rasmga qarang). To'p kvadrat santimetri 60 so'm bo'lgan charmdan ishlangan va uning 10% i chok va chiqitga chiqishi ma'lum bo'lsa, to'pga sarflangan charm narxini hisoblang.

Masala tahlili. Masalani yechish davomida o'quvchilarda futbol to'pining qanday geometrik shakllardan iborat ekanligini bilish, undagi beshburchak va oltiburchaklar sonini bilish (kognitiv kompetentsiyasini), har bir berilgan geometrik shaklning yuzini aniq hisob-kitob qilish (matematik savodxonlik, fan va texnika yangiliklaridan xabardor bo'lish va foydalanish kompetentsiyasini), to'pga ketadigan charm yuzini va uning qanday qismining chiqitga chiqarilishini hisoblash (milliy va umummadaniy kompetentsiyasi) haqidagi bilim va ko'nikmalari rivojlantiriladi.

Masalaning yechilishi. Planimetriyada o'rganilgan bilimlardan, ya'ni, muntazam n -burchakka tashqi chizilgan aylana radiusini $R = \frac{a}{2 \cdot \sin \frac{180^\circ}{n}}$ formuladan va yuzini esa $S_n = \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot n \cdot \sin \frac{360^\circ}{n}$ formuladan foydalanib berilgan sirtini topamiz. Foiz tushunchasidan foydalanamiz va futbol to'pi uchun kerakli charm yuzini hamda unga sarf bo'lgan xarajat miqdorini topamiz.

Bunday tasvirli masala o'quvchida fanga bo'lgan qiziqishini orttiradi, o'rganilayotgan tushuncha haqida bilim, ko'nikma, malaka, kompetentsiyalarni shakllantiradi, fazoviy, abstrakt tasavvurlarini rivojlantiradi hamda iqtisodiy savodxonlikka o'rgatadi.

Tasvirdagi shakl yetarli bo'lgan masalalardan darsning umumlashtirish, takrorlash, mustaqil yechish va uy vazifalarini berishda foydalanish samarali bo'ladi.

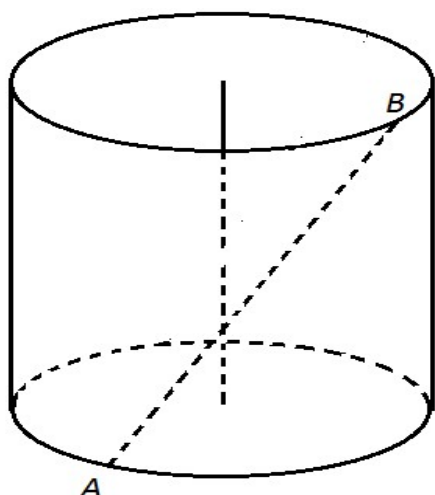
3. Tasvirni to'ldirish yordamida yechiladigan masalalar. Planimetriyada tasvirli masalalarni ko'rib o'tganimiz kabi, stereometriyada ham masalani yechishda berilgan tasvir etarli bo'lmaydi. Masalani yechish uchun tasvirga qo'shimcha elementlar o'tkazish yordamida berilgan masalani yechish uchun qulay ko'rinishga keltiriladi. Buning murakkab jarayon ekanligi ham nazarda tutiladi. Buning uchun masala sharti, topilishi kerak bo'lgan kattalikni aniq ajratib olish kerak. Masalani yechish uchun masala shartiga etishmaydigan kattalik va elementlarni fikrlab topish kerak bo'ladi. Bunda o'quvchi yaxshi bilimga ham ega bo'lmog'i zarur. Mana shu fikrlash jarayonida o'quvchilarning fazoviy tasavvuri, bilim, ko'nikma, malaka, kompetentsiya va ijodiy fikrlashlari rivojlanadi. Quyida bunday ko'rinishidagi tasvirli masalalarga namunalar va ularni yechish usullarini keltiramiz.

4-masala. Chizmada A va B nuqtalar silindr aylanasi ustidagi nuqtalar va AB qirra 10 sm (5-rasmga qarang). Silindr radiusi 5 sm va balandligi 8 sm bo'lsa, AB kesmadan o'qqacha bo'lgan eng qisqa masofani toping.

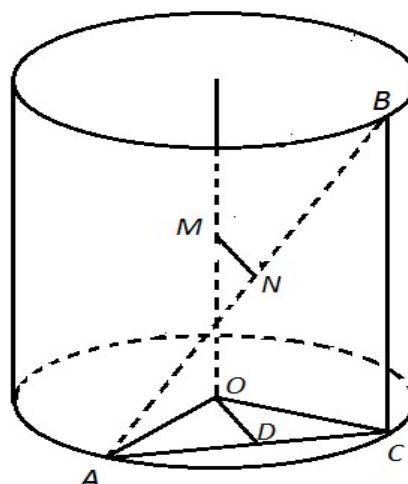
Masalaning yechilishi: Masalaning shartlari tsilindr ikkala asosi aylanalarida yotgan AB kesma, tsilindr radiusi va balandligi berilgan, ammo topilishi kerak bo'lgan masofa ko'rsatilmagan. Bu tasvirdan biz izlayotgan masofani ko'ra olmaymiz. Bu masofani ko'rish uchun aniq matematik mulohazalarga asoslanib, berilgan tasvirni quyidagicha to'ldiramiz. AB kesmaning tsilindr pastki asosidagi proektsiyasini va bu proektsiyaning uchlarini asos markazi bilan tutashtiramiz. Tsilindr o'qidan AB kesmagacha eng qisqa masofa uning o'qidan AB ga tushirilgan perpendikulyar MN kesmaning uzunligiga teng bo'ladi. Berilgan tasvirni masalani yechish uchun qulay ko'rinishga quyidagicha qilib to'ldiramiz (6-rasmga qarang). Tasvirda to'g'ri tsilindr berilganligi uchun AC kesma AB kesmaning ortogonal proektsiyasi ekanligidan MN qirra OD ga teng va $OD \perp AC$. Biz izlayotgan masofa OD kesmaga teng. To'g'ri burchakli ABC uchburchakdan

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AC = 6 \text{ sm}$$

kelib chiqadi. O aylana markazi va AOC teng yonli uchburchak ekanligidan OD ham balandlik, ham mediana bo'ladi. U holda, to'g'ri burchakli ODC uchburchakdan



5-rasm.



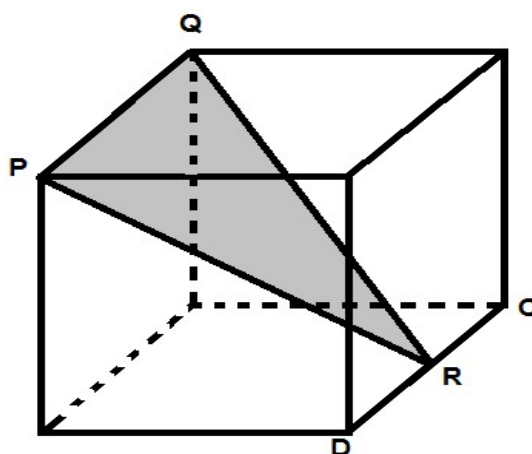
6-rasm.

$$OC^2 = OD^2 + CD^2 \Rightarrow OD = MN = 4 \text{ sm ga teng.}$$

4. O'zgaruvchi nuqtaning vaziyatiga bog'liq bo'lmagan tasvirli masalalar.

Stereometriya masalalarida ham planimetriyadagi kabi o'zgaruvchi nuqtaning vaziyatiga bog'liq tasvirli masalalarni uchratamiz. Bunda ham nuqtaning vaziyatini masala shartini o'zgartirmagan holda almashtirish kerakki, masalani yechish qulay bo'lsin. Bunday tipdagi tasvirli masalalardan namunalar va ularni yechish usullarini keltiramiz.

5-masala. Shakldagi kubning tomoni 6sm (7-rasmga qarang). R , DC ustidagi ixtiyoriy bir nuqta bo'lsa, PQR uchburchakning yuzasi necha sm^2 ?



7-rasm.

Masalaning yechilishi: Masala shartiga ko'ra, R nuqta CD ustidagi ixtiyoriy bir nuqta va uning vaziyati CD kesma ustida o'zgaradi. R nuqtani o'zgartirib barcha cheksiz ko'p hollarida ham undan PQ kesmaga perpendikulyar o'tkazsak, PQR uchburchakning balandligi bir xil qiymatga ega va PQ asos o'zgarmas bo'lib qoladi.

PQR uchburchakning yuzi R nuqtaning CD kesma ustidagi vaziyatiga bog'liq emas, ya'ni R nuqtaning CD kesma ustidagi cheksiz ko'p vaziyatida ham PQR uchburchakning yuzi bir xilda bo'ladi. Qulaylik uchun R nuqtani D nuqta bilan uctma-ust qo'yaylik. U holda, PQR to'g'ri burchakli uchburchak bo'lib, PR kub yog'ining diagonal bo'ladi.

Demak,
$$S_{PQR} = \frac{PQ \cdot QR}{2} = 18\sqrt{2} \text{ sm}^2 \text{ ga teng.}$$

XULOSA

O'quvchilar fazoviy tasavvurining rivojlanishi uchun fazoviy shakllarning har bir qismini ko'ra olishi muxim ahamiyatga ega. Buning uchun geometriya darslarida modellardan foydalanish

PEDAGOGIKA

samarali bo'лади. Hozirgi kunda bunday modellarni yaratishning kompyuter yordamida maxsus dasturlari mavjud. Bu dasturlar yordamida fazoviy shakllarning modellarini tezda va qulay yaratish imkoni mavjud. Zamonaviy axborot texnologiyalarini ta'lim tizimiga tatbiq etish, iqtisodiy samara berishi bilan bir qatorda, o'quv jarayonida yangi o'qitish uslublarini qo'llashga keng imkoniyatlar ochadi. Zamonaviy axborot texnologiyalari asosida ma'lumotlarni tasvir ko'rinishida taqdim etish va fikrlash jarayonini tashkil etish o'quvchilarning aqliy rivojlanish darajasini yuqoriga ko'taribgina qolmasdan, an'anaviy o'qitish o'rtasidagi nisbatni o'zgartirishga ham olib keladi. Bunday o'qitish an'anaviy metodikaga nisbatan ma'lumotlarni inson aqliy rivojlanishining yangi shaxobchasiga mos keladigan obrazli ko'rinishda taqdim etishi, muloqot tillari bilan bog'liq muammolarni yechishga va jahondagi kommunikativ jarayonlarning samarali rivojlanishiga hizmat qiladi.

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Пойа Д. Как решать задачу. –Москва: Учпедгиз. 1961, 208 с.
2. Раемов М.Р. Формирование прикладных математических умений учащихся на основе взаимосвязи алгебры и геометрии (на материале 7-9 классов)// Автореф. дис. канд. пед. наук. –Ташкент: 1990, 18 с.
3. Погорелов А.В. Геометрия. Умумий ўрта таълим мактаблари 7-11 синфлари учун дарслик. –Тошкент: Ўқитувчи. 1994, 486 б.
4. Орехова А.И. Задачи на готовых чертежах: Геометрия. Часть 3. Дидактический материал. –Минск: ООО ИД «Белый Ветер». 2010, 62 с.
5. Mirzaahmedov M.A., Ismoilov Sh.N., Amanov A.Q., Haydarov B.Q. Matematika – II. Algebra va analiz asoslari, geometriya. Umumiy o'rta ta'lim muassasalarining 11-sinfi va o'rta maxsus kasb-hunar ta'lim muassasalari o'quvchilari uchun darslik. 1-nashri. –Toshkent: O'zbekiston. 2018, 192 b.
6. Юнусова Д.И. Узлуксиз таълим тизими математика ўқитувчисини тайёрлашнинг назарий асослари. Монография. Т.: «Fan va texnologiya», 2008.–162 б.
7. Кушнир Т.И. Междисциплинарная интеграция курсов «Математический анализ» и «Геометрия» как фактор повышения качества подготовки бакалавров математики // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 4.